NOM : **Prénom :** **Classe :**

BACCALAURÉAT BLANC

Le 20/03/2019

MATHÉMATIQUES

Série ES

Enseignement obligatoire

Durée de l'épreuve : 3 heures

Les calculatrices électroniques de poche sont autorisées conformément à la loi en vigueur.

Le sujet comporte 4 pages.
Le sujet est composé de 4 exercices indépendants.
Le candidat doit traiter tous les exercices.
Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse qu'il aura développée. Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Le sujet est à rendre avec votre copie.

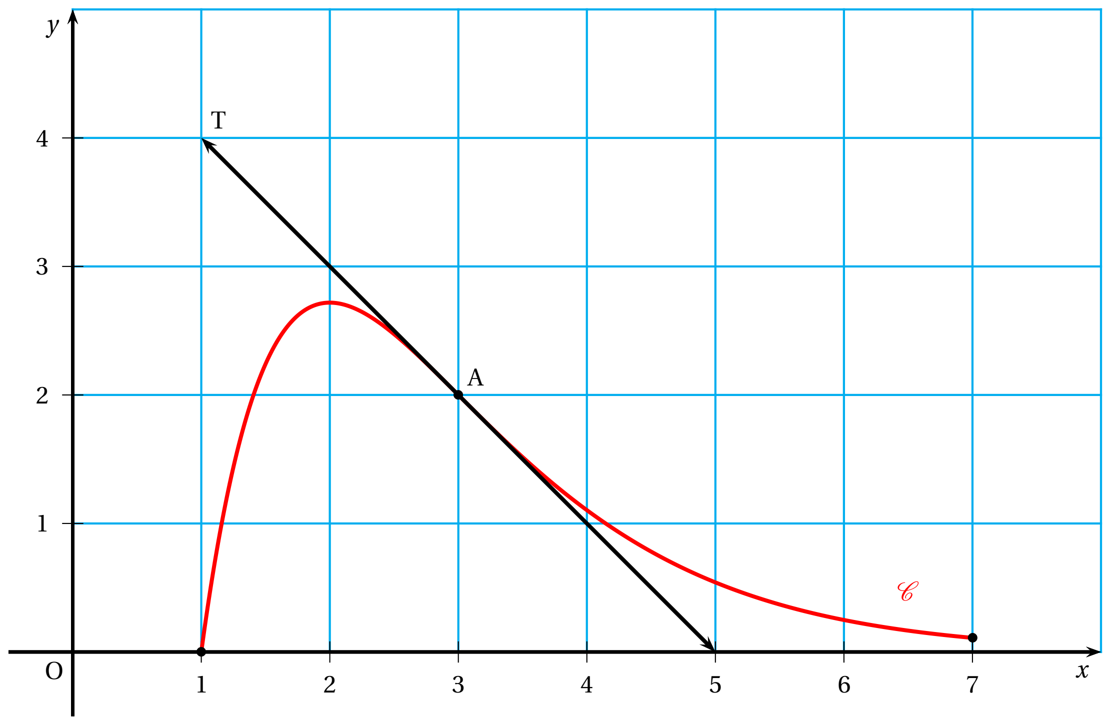
Exercice 1 **5 points**

Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Aucune justification n'est demandée. Une bonne réponse rapporte un point. Une mauvaise réponse, plusieurs réponses ou l'absence de réponse ne rapportent, ni n'enlèvent aucun point.

Indiquer sur la copie le numéro de la question et la réponse choisie.

La courbe $\mathscr{C}$ ci-dessous est la représentation graphique, dans un repère orthonormé, d'une fonction f définie et deux fois dérivable sur l'intervalle $[1\,;\,7]$.

La droite T est tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point A(3; 2) et passe par les points de coordonnées (1 ; 4) et (5; 0). Le point A est l'unique point d'inflexion de la courbe $\mathscr{C}$.



1. La tangente T admet pour équation réduite :

a. $y = x + 5$ **b.** $y = -x - 5$ **c.** $y = -x + 5$ **d.** $y = x - 5$

2. L'image de $f(1)$ par la fonction exponentielle est :

a. 0 **b.** 1 **c.** 4 **d.** n'existe pas

3. On note f'' la fonction dérivée seconde de la fonction f :

a. $f''(3) = 2$ **b.** $f''(3) = 0$ **c.** $f''(5) = 0$ **d.** $f''(2) = 0$

4. Pour tout $x \in [3\,;\,7]$:

a. $f''(x) \leqslant 0$ **b.** $f''(x) \geqslant 0$ **c.** $f'(x) \geqslant 0$ **d.** $f(x) \leqslant 0$

5. La courbe $\mathscr{C}$ représente sur [1 ; 7] la fonction $f : x \longmapsto \dfrac{x-1}{\mathrm{e}^{x-3}}$:

a. $f'(x) = \dfrac{1}{\mathrm{e}^{x-3}}$ **b.** $f'(x) = \dfrac{-x}{\mathrm{e}^{x-3}}$ **c.** $f'(x) = \dfrac{-x+1}{\mathrm{e}^{x-3}}$ **d.** $f'(x) = \dfrac{-x+2}{\mathrm{e}^{x-3}}$

Exercice 2 **5 points**

Un supermarché dispose d'un stock de pommes. On sait que 40 % des pommes proviennent d'un fournisseur A et le reste d'un fournisseur B.

Il a été constaté que 85 % des pommes provenant du fournisseur A sont commercialisables. La proportion de pommes commercialisables est de 95 % pour le fournisseur B.

Le responsable des achats prend au hasard une pomme dans le stock. On considère les évènements suivants :
A : « La pomme provient du fournisseur A ».
B : « La pomme provient du fournisseur B ».
C : « La pomme est commercialisable ».

- PARTIE A -

1. Construire un arbre pondéré traduisant cette situation.

2. Montrer que la probabilité que la pomme ne soit pas commercialisable est 0,09.

3. La pomme choisie est non commercialisable. Le responsable des achats estime qu'il y a deux fois plus de chance qu'elle provienne du fournisseur A que du fournisseur B. A-t-il raison ?

Pour la partie B, on admet que la proportion de pommes non commercialisables est 0,09 et, quand nécessaire, on arrondira les résultats au millième.

- PARTIE B -

On prend au hasard 15 pommes dans le stock.
Soit X la variable aléatoire qui correspond au nombre de pommes commercialisables parmi les 15 pommes du stock.
Le stock est suffisamment important pour qu'on puisse considérer que X suit une loi binomiale.

1. Préciser les paramètres de cette loi binomiale.

2. Quelle est la probabilité que les 15 pommes soient toutes commercialisables ?

3. Quelle est la probabilité qu'au moins 14 pommes soient commercialisables ?

Exercice 3 **5 points**

La bibliothèque municipale étant devenue trop petite, une commune a décidé d'ouvrir une médiathèque qui pourra contenir 100 000 ouvrages au total.

Pour l'ouverture prévue le 1er janvier 2013, la médiathèque dispose du stock de 35 000 ouvrages de l'ancienne bibliothèque augmenté de 7 000 ouvrages supplémentaires neufs offerts par la commune.

- PARTIE A -

Chaque année, la bibliothécaire est chargée de supprimer 5 % des ouvrages, trop vieux ou abîmés, et d'acheter 6 000 ouvrages neufs.
On appelle u_n le nombre, en milliers, d'ouvrages disponibles le 1er janvier de l'année $(2013 + n)$.
On donne $u_0 = 42$.

1. Justifier que, pour tout entier naturel n , on a $u_{n+1} = u_n \times 0,95 + 6$.

2. On propose, ci-dessous, un algorithme.
Expliquer ce que permet de calculer cet algorithme.

```
U ← 42
N ← 0
Tant que U < 100
    N ← N + 1
    U ← 0,95U + 6
Fin Tant que
```

3. À l'aide de votre calculatrice, déterminer la dernière valeur de N obtenue par cet algorithme.

- PARTIE B -

La commune doit finalement revoir ses dépenses à la baisse, elle ne pourra financer que 4 000 nouveaux ouvrages par an au lieu des 6 000 prévus.
On appelle v_n le nombre, en milliers, d'ouvrages disponibles le 1er janvier de l'année $(2013 + n)$.

1. Identifier et écrire la ligne qu'il faut modifier dans l'algorithme pour prendre en compte ce changement.

2. On admet que $v_{n+1} = v_n \times 0,95 + 4$ avec $v_0 = 42$.
On considère la suite (w_n) définie, pour tout entier n, par $w_n = v_n - 80$.
Montrer que (w_n) est une suite géométrique de raison $q = 0,95$ et préciser son premier terme w_0.

3. On admet que, pour tout entier naturel n : $w_n = -38 \times (0,95)^n$.

a. Déterminer la limite de (w_n).

b. En déduire la limite de (v_n).

c. Interpréter ce résultat.

Exercice 4 **5 points**

On considère f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x\mathrm{e}^{-x} + 1.$$

On note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé du plan et f' la fonction dérivée de f.

1. a. Montrer que, pour tout réel x, $f'(x) = \mathrm{e}^{-x}(1 - x)$.

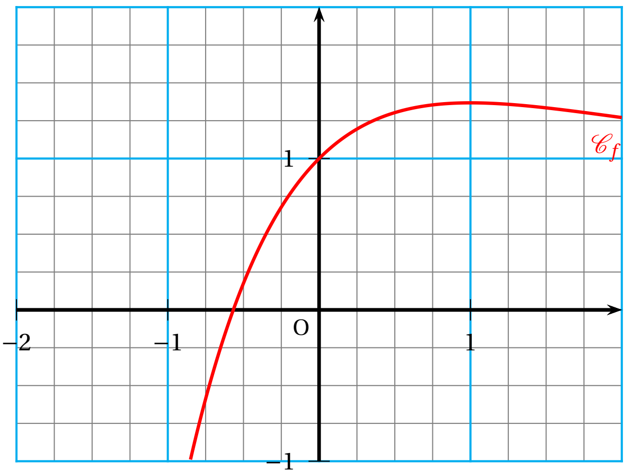
b. En déduire le sens de variation de f sur $\mathbb{R}$.

2. a. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α sur l'intervalle $[-1 ; 0]$.

b. Donner une valeur approchée de α à 10^{-2} près.

3. a. Montrer que l'équation réduite de la tangente T à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 0 est $y = x + 1$.

b. Tracer dans le repère orthonormé ci-dessous la tangente T à la courbe $\mathscr{C}_f$.



4. L'objectif de cette question est de déterminer la position relative de $\mathscr{C}_f$ par rapport à T.
À l'aide d'un logiciel de calcul formel, on a obtenu, pour tout réel x, l'expression et le signe de $f''(x)$ où f'' désigne la dérivée seconde de f.

	Instruction	Réponse
1	$f(x) = x * \exp(-x) + 1$	$x\mathrm{e}^{-x} + 1$
2	$f''(x) =$ dérivée seconde$[f(x)]$	$\mathrm{e}^{-x}(x - 2)$
3	résoudre $[\mathrm{e}^{-x}(x - 2) \geqslant 0]$	$x \geqslant 2$

a. Déterminer le sens de variation de la dérivée f' de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

b. Déterminer l'intervalle de $\mathbb{R}$ sur lequel la fonction est convexe puis celui sur lequel elle est concave.

c. En déduire la position relative de $\mathscr{C}_f$ par rapport à T sur l'intervalle $]-\infty ; 2]$.