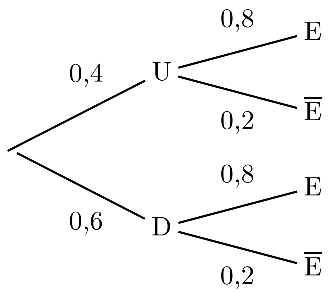
Lycée Louise Michel 2018/2019
TES

MATHEMATIQUES
Interrogation n°2 (corrigé)

Exercice 1

1.



2. a.
- Formule 1 seule : $C = 150$;
- Formule 1 et excursion facultative : $C = 150 + 30 = 180$;
- Formule 2 seule : $C = 100$;
- Formule 2 et excursion facultative : $C = 100 + 30 = 130$

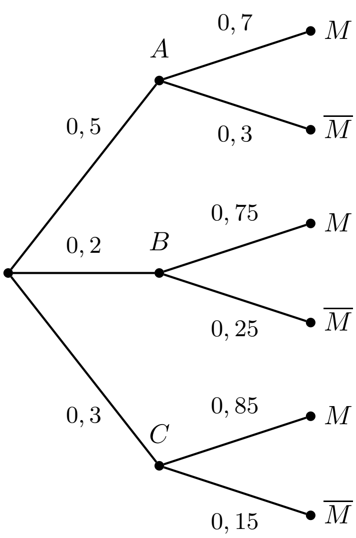
b. Il reste à calculer :
$p\left(\text{D} \cap \overline{\text{E}}\right) = p(\text{D}) \times p_D\left(\overline{\text{E}}\right) = 0,4 \times 0,2 = 0,08$
$p(\text{U} \cap \text{E}) = p(\text{U}) \times p_U(\text{E}) = 0,4 \times 0,8 = 0,32$
$p\left(\text{D} \cap \overline{\text{E}}\right) = p(\text{D}) \times p_U\left(\overline{\text{E}}\right) = 0,6 \times 0,2 = 0,12.$
D'où le tableau de la loi de probabilité suivant :

Coût c_i	100	130	150	180
$p(C = c_i)$	0,12	0,48	0,08	0,32

c. L'espérance de cette loi est égale à :
$\text{E}(C) = 100 \times 0,12 + 130 \times 0,48 + 150 \times 0,08 + 180 \times 0,32 = 12 + 62,4 + 12 + 57,6 = 144$ €.
Ceci signifie qu'en moyenne le coût par employé est de 144 €.

Exercice 2

1. Arbre pondéré



2. Probabilité que l'étudiant choisi soit de profil C et qu'il ait obtenu une note supérieure ou égale à 10.
$p(C \cap M) = p(C) \times p_C(M) = 0,3 \times 0,85 = \boxed{0{,}255}$

3. Démontrons que $P(\mathbf{M}) = 0,755$.
D'après la formule des probabilités totales
$p(M) = p(M \cap A) + p(M \cap B) + p(M \cap C)$
$p(M) = p(A) \times p_A(M) + p(B) \times p_B(M) + p(C) \times p_C(M)$
$p(M) = 0,5 \times 0,7 + 0,2 \times 0,75 + 0,3 \times 0,85$
$p(M) = \boxed{0{,}755}$

4. Probabilité que l'étudiant soit de profil B sachant qu'il a obtenu une note strictement inférieure à 10.
$p_{\overline{M}}(B) = \dfrac{p(\overline{M} \cap B)}{p(\overline{M})} = \dfrac{p(B) \times p_B(\overline{M})}{p(\overline{M})}$
Or : $p(B) = 0,2$ $\quad p(\overline{M}) = 1 - p(M) = 1 - 0,755 = 0,245$
D'autre part, dans l'arbre pondéré, les deux probabilités inscrites sur les branches issues de l'évènement B sont $p_B(M) = 0,75$ et $p_B(\overline{M})$ et on sait que dans ce cas la somme des deux probabilités est 1.

Donc $p_B(\overline{M}) = 1 - 0,75 = 0,25$
On peut donc calculer $p_{\overline{M}}(B)$: $\quad p_{\overline{M}}(B) = \dfrac{0,2 \times \text{à},25}{0,245} \approx \boxed{0{,}204}$

Exercice 3

1. • $\dfrac{2}{5}$ de $6325 = \dfrac{2}{5} \times 6325 = 2530$.
2530 personnes sont abonnées au fournisseur A.

• 70 % de $2530 = 0,7 \times 2530 = 1771$.
1771 personnes sont abonnées au fournisseur A et ont la fibre optique.

• $6325 - 2530 = 3795$.
3795 personnes sont abonnées au fournisseur B.

• 40 % de $3795 = 1518$.
1518 personnes sont abonnées au fournisseur B et n'ont pas la fibre optique.

Tableau complété :

	A	B	Total
F	1771	2277	4048
$\bar{\text{F}}$	759	1518	2277
Total	2530	3795	6325

2. a. La personne est abonnée au fournisseur A et accède à Internet par la fibre optique est l'événement $A \cap F$.
On a $p(A \cap F) = \dfrac{\text{Nombre de personnes abonnées au fournisseur A et ayant la fibre optique}}{\text{Nombre total de personnes}} = \dfrac{1771}{6325} = 0,28$.

b. $p(F)$ est la probabilité que la personne choisie ait la fibre optique.
$p(F) = \dfrac{\text{Nombre de personnes ayant la fibre optique}}{\text{Nombre total de personnes}} = \dfrac{4048}{6325} = 0,64$.

3. a. On cherche $p_F(A)$.
$p_F(A) = \dfrac{\text{Nombre de personnes abonnées au fournisseur A et ayant la fibre optique}}{\text{Nombre de personnes ayant la fibre}} = \dfrac{1771}{4048} = 0,4375$.

b. On a $p_{\overline{F}}(A) = \dfrac{\text{Nombre de personnes abonnées au fournisseur A et ayant la fibre optique}}{\text{Nombre de personnes n'ayant pas la fibre}} = \dfrac{759}{2277} = \dfrac{1}{3}$.

Ainsi $p_{\overline{F}}(B) = \dfrac{2}{3}$.
On a bien deux fois plus de chances qu'elle soit abonnée au fournisseur B.

Evident
Dans le tableau on a 759 personnes abonnées au fournisseur A et qui n'ont pas la fibre contre 1518 (soit deux fois plus) qui sont abonnées au fournisseur B et qui n'ont pas la fibre.

Exercice 4

1. Le choix d'une clé est une épreuve de Bernoulli.
Pour une clé, il n'y a que deux issues : elle est défectueuse (Succès), avec une probabilité $p = 0,015$, ou elle n'est pas défectueuse (Echec), avec la probabilité $1 - p$. Le choix des 100 clés est la répétition (de manière identique et indépendante) de 100 fois cette même épreuve de Bernoulli.
X est la variable aléatoire qui compte le nombre de clés défectueuses parmi les 100 clés.
On peut en déduire que la variable aléatoire X suit la loi binomiale de paramètres $n = 100$ et $p = 0,015$.

2. Quand une variable aléatoire X suit la loi binomiale de paramètres n et p, la probabilité de l'événement $X = k$ est donnée par :

$$p(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}.$$

On en déduit que :

$$p(X=0) = \underbrace{\binom{100}{0}}_{=1} \times \underbrace{0,015^0}_{=1} \times (1-0,015)^{100} = 0,985^{100} \approx 0,221.$$

Calculatrice
Utilisez la calculatrice pour calculer les coefficients binomiaux.

$$p(X=1) = \underbrace{\binom{100}{1}}_{=100} \times \underbrace{0,015^1}_{=0,015} \times (1-0,015)^{99} = 100 \times 0,015 \times 0,985^{99} \approx 0,336.$$

3. Au plus deux clés soient défectueuses correspond à l'événement $X \leqslant 2$:
$p(X \leqslant 2) = p(X=0) + p(X=1) + p(X=2)$

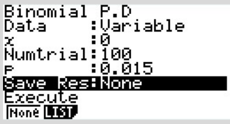
$$p(X=2) = \underbrace{\binom{100}{2}}_{=45} \times \underbrace{0,015^2} \times (1-0,015)^{98} = 45 \times 0,015^2 \times 0,985^{98} \approx 0,253.$$

Ainsi, $P(X \leqslant 2) \approx 0,221 + 0,336 + 0,253 \approx 0,810$
La probabilité qu'au plus deux clés soient défectueuses est environ 0,810.

Calculatrice

- On utilise le menu STAT pour calculer les probabilités $p(X=0)$ et $p(X=1)$.

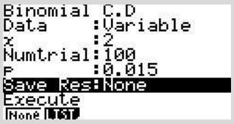
On sélectionne DIST avec F5, puis BINM toujours avec F5.
On choisit alors Bpd pour calculer la première probabilité $p(X=0)$.
On entre les paramètres (bien mettre Variable dans Data, 0 (ou 1) dans x, 100 dans Numtrial (nombre d'essais donc de répétitions) et 0,015 dans p (la probabilité de succès)) :



On obtient Binomial P.D p=0.22060891 qui est la probabilité de l'événement $(X=0)$.

- Pour obtenir $p(X \leqslant 2)$, on procède de la même façon mais on sélectionne Bcd au lieu de Bpd.

On entre les paramètres (bien mettre Variable dans Data) :



On obtient Binomial C.D p=0.80980506 qui est la probabilité de l'événement $(X \leqslant 2)$.