MATHEMATIQUES
Calculatrice graph35 : Lois normales

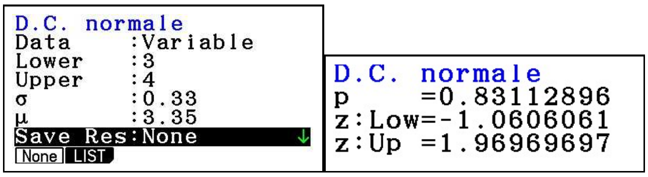
Problème 1 :
La variable aléatoire X suit la loi normale de paramètre $\mu = 3,35$ et $\sigma = 0,33$.
Les valeurs seront arrondies à 10^{-4} près.
Calculer $P(3 \leqslant X \leqslant 4)$, $P(X \leqslant 3)$ et $P(X \geqslant 4)$.

Menu STAT STAT.

- DIST par F5, puis NORM par F1.

- On sélectionne Ncd par F2 et on entre les paramètres de la loi normale. Pour Data, on entre **Variable** (par F2).

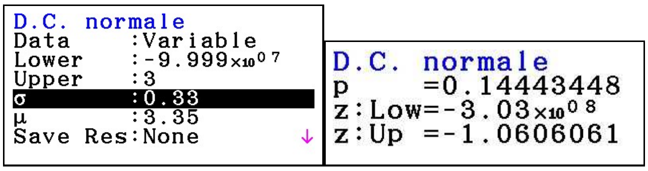
On obtient $P(3 \leqslant X \leqslant 4) \simeq 0,8311$.



Les valeurs z : Low et z : Up sont les valeurs qui correspondent à la loi normale centrée réduite.
Dire que X suit la loi normale $\mathcal{N}(3,35\ ;\ 0,33)$ c'est dire que $Y = \dfrac{X - 3,35}{0,33}$ suit la loi normale centrée réduite $\mathcal{N}(0\ ;\ 1)$
Ainsi, pour $X = 3$, on obtient : $\dfrac{3 - 3,35}{0,33} \simeq -1,06$ et pour $X = 4$, on obtient $\dfrac{4 - 3,35}{0,33} \simeq 1,97$.

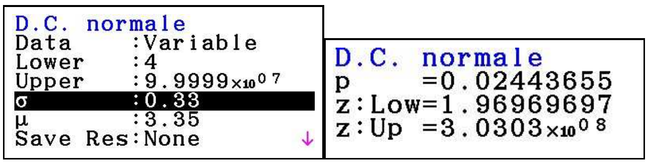
- Pour calculer $P(X \leqslant 3)$, on entre comme valeur de `Lower` une très petite valeur. Ici, -99999999.

On obtient $P(X \leqslant 3) \simeq 0,1444$.



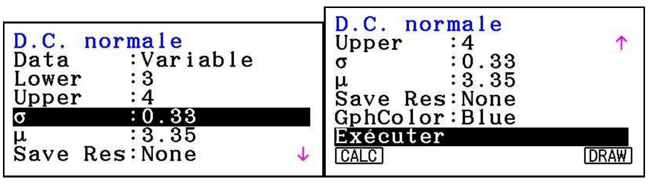
- Pour calculer $P(X \geqslant 4)$, on entre comme valeur de `Upper` une très grande valeur. Ici, 99999999.

On obtient $P(X \geqslant 4) \simeq 0,0244$.

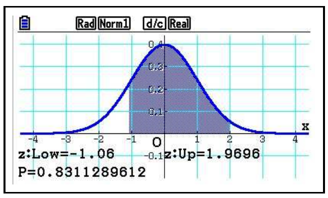


Représentation graphique

On reprend le calcul de $P(3 \leqslant X \leqslant 4)$. On positionne le curseur sur `Exécuter` et on choisit DRAW par F6.

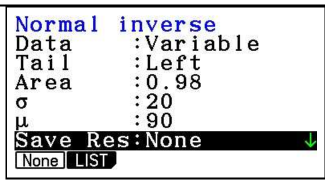


On obtient le graphe de la loi normale centrée réduite associée à la loi normale $\mathcal{N}(3,35\ ;\ 0,33)$ ainsi que la probabilité demandée.



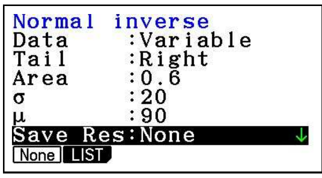
Problème 2 :
La variable aléatoire X suit la loi normale de paramètre $\mu = 90$ et $\sigma = 20$.
Calculer à 10^{-1} près les valeurs de k, a et b tels que :
$P(X \leqslant k) = 0,98$, $P(X \geqslant a) = 0,60$ et $P(90 - b \leqslant X \leqslant 90 + b) = 0,85$.

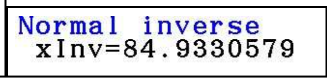
- **Menu STAT** STAT.
- DIST par F5, puis NORM par F1.
- On sélectionne InvN par F3 et on entre les paramètres de la loi normale. Pour Data, on entre **Variable** (par F2). Pour `Tail` on choisit Left par F1 car c'est l'aire à gauche de k qui vaut 0,98.



On trouve $k \simeq 131,1$.

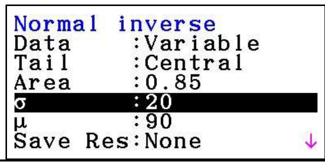
- Pour déterminer a, on entre les paramètres de la loi normale. Pour `Tail` on choisit Right par F2 car c'est l'aire à droite de a qui vaut 0,60.

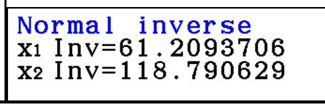




On trouve $a \simeq 84,9$.

- Pour déterminer b, on entre les paramètres de la loi normale. Pour `Tail` on choisit Cnt par F3 car c'est l'aire centrale qui vaut 0,85.





`x1 Inv = 61,2` signifie que $90 - b \simeq 61,2$ soit $b \simeq 28,8$.

Exercice 1

La variable aléatoire X suit la loi normale de moyenne 15 et d'écart-type 4.
Calculer les probabilités suivantes (les résultats seront arrondis au millième le plus proche).

1. $P(10 < X < 20)$.

2. $P(X < 18)$.

3. $P(X \geqslant 16)$.

4. $P(X < 30)$.

Exercice 2

La variable aléatoire Y suit la loi normale de moyenne 2 et d'écart-type 0,1.
Calculer les probabilités suivantes (les résultats seront arrondis au millième le plus proche).

1. $P(1,9 < Y < 2,2)$.

2. $P(Y \leqslant 2,17)$.

3. $P(Y \geqslant 1,84)$.

4. $P(Y < 1)$.

Exercice 3

La variable aléatoire Z suit la loi normale de moyenne 40 et d'écart-type 5.
Déterminer les réels suivants (à 10^{-1} près) :

1. a tel que $P(Z < a) = 0,861$.

2. b tel que $P(Z \leqslant b) = 0,458$.

3. c tel que $P(Z \geqslant c) = 0,374$.

4. d tel que $P(Z > d) = 0,819$.

Exercice 4

La variable aléatoire X suit la loi normale de moyenne 7,1 et d'écart-type 1,2.
Déterminer les réels suivants (à 10^{-2} près) :

1. a tel que $P(X \leqslant a) = 0,4015$.

2. b tel que $P(X \geqslant b) = 0,941$.

3. c tel que $P(6 \leqslant X \leqslant c) = 0,2475$.

4. d tel que $P(d \leqslant X \leqslant 5,5) = 0,0244$.

Exercice 5

Les questions suivantes sont indépendantes.

1. X suit la loi normale d'espérance $\mu = 85$ et d'écart type $\sigma = 2$.

- **a.** Déterminer $P(83 < X < 87)$. Arrondir au millième.
- **b.** Déterminer une valeur approchée au centième du réel a tel que : $P(85 - a < X < 85 + a) = 0,9$.

2. X suit la loi normale centrée réduite. Déterminer le réel k (arrondir au centième) tel que : $P(-k \leqslant X \leqslant k) \simeq 0,97$.