**Lycée Louise Michel (Gisors)**
**Terminale S**

# MATHEMATIQUES
## Continuité et dérivabilité : entraînement (1)

## Exercice 1

**1.** Soit la fonction polynôme $P$ définie sur $\mathbf{R}$ par :

$$P(x) = 4x^3 + 3x^2 - 2$$

**a.** Etudier les variations de $P$.

**b.** Montrer que, sur $\mathbf{R}$, l'équation $P(x) = 0$ admet une solution unique $\alpha$.

**c.** En déduire le signe de $P(x)$ sur $\mathbf{R}$.

**2.** Soit l'intervalle $I = ]-1\ ;\ +\infty[$. On considère la fonction $f$ définie sur $I$ par

$$f(x) = \frac{2x+1}{x^3+1}$$

On désigne par $\mathcal{C}$ sa courbe représentative dans un repère orthonormal $(O\,;\,\vec{\imath},\,\vec{\jmath})$ .

**a.** Déterminer les limites de $f$ en $-1$ et en $+\infty$.

**b.** Montrer que $f'(x) = \dfrac{-P(x)}{(x^3+1)^2}$.

**c.** En utilisant les résultats de la question **1.**, étudier les variations de $f$, puis dresser son tableau de variations.

**d.** Déterminer une équation de la tangente $T$ à $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 0.

**e.** Etudier les positions respectives de $\mathcal{C}$ et de $T$ sur $I$.

**3. a.** Vérifier et justifier que $\alpha$ est compris entre 0,6 et 0,61.

**b.** Démontrer que $f(\alpha) = \dfrac{2}{3\alpha^2}$.

(*On pourra utiliser le résultat suivant : deux nombres sont égaux si, et seulement si leur différence est nulle)*

**c.** En déduire un encadrement de $f(\alpha)$ d'amplitude 0,2.

**4.** Démontrer que $\mathcal{C}$ admet deux droites asymptotes que l'on précisera par leurs équations.

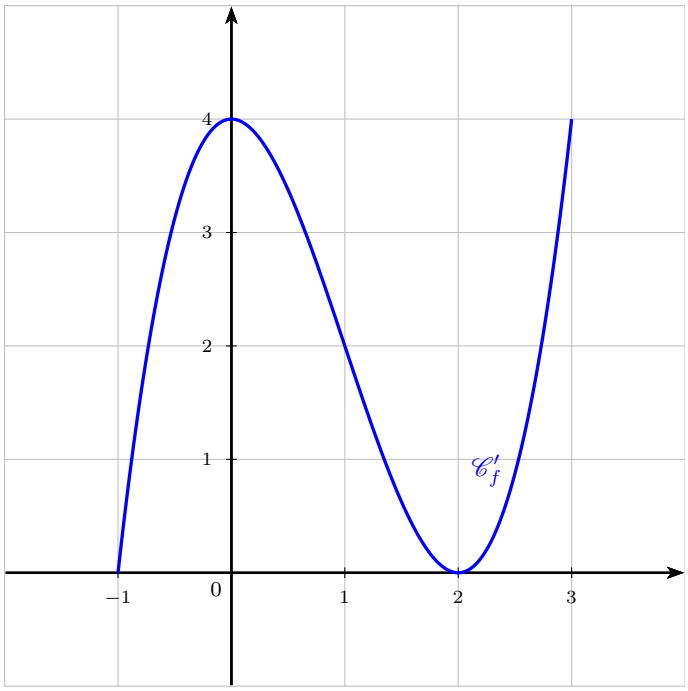
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

# Exercice 2

$f$ est une fonction définie et dérivable sur $I = [-1\ ;\ 3]$.

On dispose des informations suivantes :

- la courbe représentative de sa dérivée $\boldsymbol{f'}$ est donnée ci-dessous ;
- $f(-1) > 0$.




Pour chacune des affirmations suivantes, on indiquera si elle vraie ou fausse.
**Chaque réponse sera soigneusement justifiée.**

**1.** La tangente à la courbe représentative de $f$ au point d'abscisse 0 est horizontale.

**2.** $f$ est strictement croissante sur $I$.

**3.** $f$ admet un extremum en 2.

**4.** L'équation $f(x) = 0$ n'a pas de solution sur $I$.

**5.** $f''$ est négative sur $[0\ ;\ 2]$ ($f''$ désigne la dérivée de $f'$).

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....