

**MATHEMATIQUES**  
Vecteurs et repère de l'espace : entraînement savoir-faire

Chapitre 10 : Vecteurs et repère de l'espace	Evaluation
<b>230.</b> Choisir une décomposition pertinente pour un problème d'alignement ou de coplanarité.	●●   ●   ●   ●●   ●●
<b>231.</b> Utiliser les coordonnées pour la colinéarité, l'alignement ou la décomposition de vecteurs.	●●   ●   ●   ●●   ●●
<b>232.</b> Déterminer et utiliser la représentation paramétrique d'une droite ou un plan.	●●   ●   ●   ●●   ●●

**Exercice 1** 230

On considère un tétraèdre  $ABCD$ .

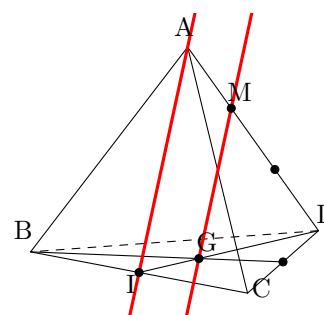
$I$  est le milieu de  $[BC]$ ;  $G$  est le centre de gravité du triangle  $BCD$ .  
 $M$  est le point tel que :

$$\vec{AM} = \frac{1}{3}\vec{AD}$$

1. a.

Exprimer le vecteur  $\vec{MG}$  en fonction des vecteurs  $\vec{AD}$  et  $\vec{DI}$ .

b. En déduire que les droites  $(AI)$  et  $(MG)$  sont parallèles.



**Rappel 1 :** Le centre de gravité d'un triangle est le point de concours de ses trois médianes et se situe au  $\frac{2}{3}$  de chacun de ses sommets.

**Rappel 2 :** Le centre de gravité  $G$  du triangle  $BCD$  vérifie la relation vectorielle :  $\vec{BG} + \vec{CG} + \vec{DG} = \vec{0}$ .

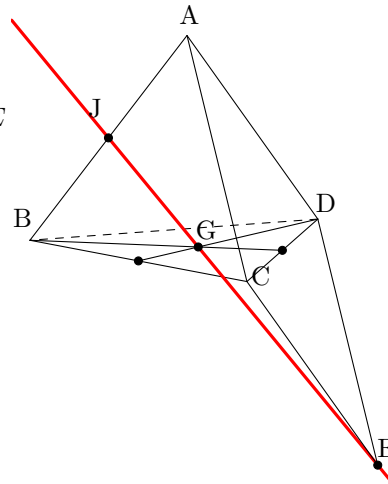
2. Dans ce même tétraèdre, on considère le point  $J$  milieu de  $[AB]$  et  $E$  tel que  $CADE$  est un parallélogramme.

a. En utilisant le rappel 2, montrer que  $\vec{AG} = \frac{1}{3}(\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD})$ .

En déduire que  $\vec{JG} = -\frac{1}{6}\vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AC} + \frac{1}{3}\vec{AD}$ .

b. Montrer que  $\vec{JE} = -\frac{1}{2}\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD}$ .

c. En déduire que les points  $J, G$  et  $E$  sont alignés.

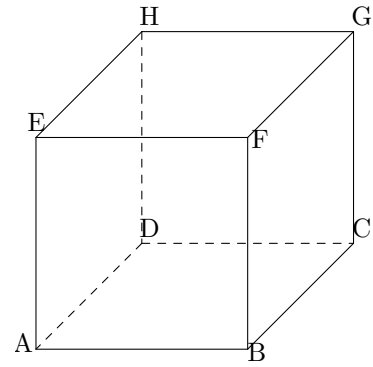


.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

### Exercice 2 230

On considère le cube  $ABCDEFGH$  ci-contre. Les vecteurs suivants sont-ils coplanaires ?

- a.  $\vec{EF}$ ,  $\vec{BC}$  et  $\vec{AC}$ .
- b.  $\vec{AD}$ ,  $\vec{CG}$  et  $\vec{DC}$ .



.....

.....

.....

.....

.....

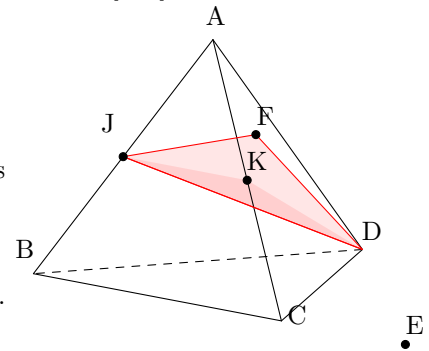
### Exercice 3 230

On considère un tétraèdre  $ABCD$ .  $J$  est le milieu de  $[AB]$  et  $K$  est le milieu de  $[AC]$ .

On considère le point  $E$  tel que  $\vec{CE} = \frac{1}{2}\vec{BC}$  et  $F$  tel que  $\vec{AF} = \vec{DE}$ .

L'objectif de cet exercice est de montrer que  $F \in (DJK)$ .

1. a. Exprimer les vecteurs  $\vec{DJ}$ ,  $\vec{DK}$  et  $\vec{DF}$  en fonction des vecteurs  $\vec{DA}$ ,  $\vec{DB}$  et  $\vec{DC}$ .  
b. En déduire que  $\vec{DF} = -\vec{DJ} + 3\vec{DK}$
2. Expliquer pourquoi les vecteurs  $\vec{DJ}$  et  $\vec{DK}$  ne sont pas colinéaires. Conclure.



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

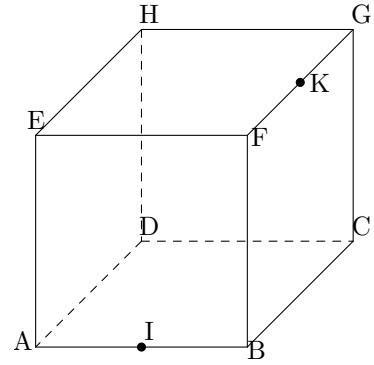
.....

.....

.....

### Exercice 4 230

On considère le cube  $ABCDEFGH$  ci-contre.  $I$  est milieu du segment  $[AB]$  et  $K$  celui de  $[FG]$ .



- a. Dans le repère  $(A ; \vec{AB}, \vec{AD}, \vec{AE})$ , déterminer les coordonnées des points  $A, B, F, G$ .
- b. Calculer les coordonnées du vecteur  $\vec{IK}$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

### Exercice 5 231

Dans un repère  $(O ; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ , on considère les points  $A(5 ; 2 ; 3)$ ,  $B(-1 ; 3 ; 2)$  et  $C(-7 ; 4 ; 1)$ .  
 Montrer que les points  $A, B$  et  $C$  sont alignés.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

### Exercice 6 231

Dans un repère  $(O ; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ , on considère les points  $A(2 ; 1 ; 5)$ ,  $B(4 ; 2 ; 4)$ ,  $C(3 ; 3 ; 5)$  et  $D(0 ; 3 ; 7)$ .

- a. Montrer que les points  $A, B$  et  $C$  définissent un plan.
- b. Montrer que les droites  $(AB)$  et  $(CD)$  sont sécantes.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

### Exercice 7 232

Dans un repère  $(O ; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  de l'espace, on considère un point  $A(-3 ; 2 ; 4)$  et un vecteur  $\vec{u} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -4 \end{pmatrix}$ .

- a. Déterminer une représentation paramétrique de la droite  $d$  passant par le point A et dirigée par le vecteur  $\vec{u}$ .
- b. Montrer que le point  $B(3 ; -1 ; -8)$  appartient à la droite  $d$ .

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

### Exercice 8 232

Dans un repère  $(O ; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ , on considère les points  $A(2 ; 1 ; 5)$ ,  $B(4 ; 2 ; 4)$  et  $C(3 ; 3 ; 5)$ .  
Déterminer une représentation paramétrique du plan  $(ABC)$ .

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....