

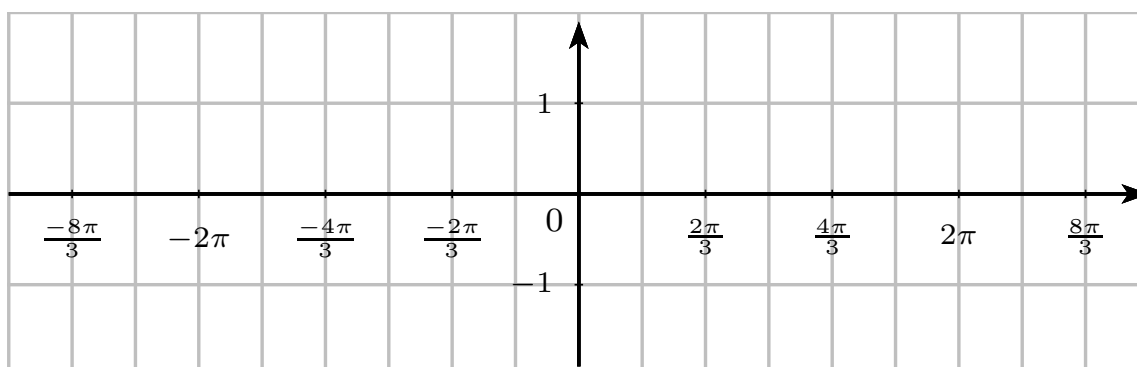
MATHÉMATIQUES

Fonctions trigonométriques : entraînement

Exercice 1

On considère la fonction trigonométrique $f : x \mapsto \cos^2(x) + \cos(x)$ définie sur \mathbb{R} .
On note \mathcal{C}_f sa courbe représentative.

- Résoudre sur \mathbb{R} l'équation $f(x) = 0$.
Donner les solutions sur $[0 ; 2\pi[$. Que peut-on en déduire graphiquement ?
- Montrer que la fonction f est paire.
 - Justifier que la fonction est 2π -périodique.
 - En déduire que l'on peut restreindre l'intervalle d'étude de f à $[0 ; \pi]$.
- Dresser le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[0 ; \pi]$.
 - Représenter la courbe \mathcal{C}_f dans le repère ci-dessous.



.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Exercice 2

La fonction f est définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = \sin^2 x + \cos x$$

\mathcal{C}_f est sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

1. a. Démontrer que f est périodique de période 2π .
 b. Démontrer que l'axe des ordonnées est un axe de symétrie de la courbe \mathcal{C}_f .
 c. En déduire que l'on peut restreindre l'intervalle d'étude de f à $[0 ; \pi]$.

2. Vérifier que pour tout réel x :

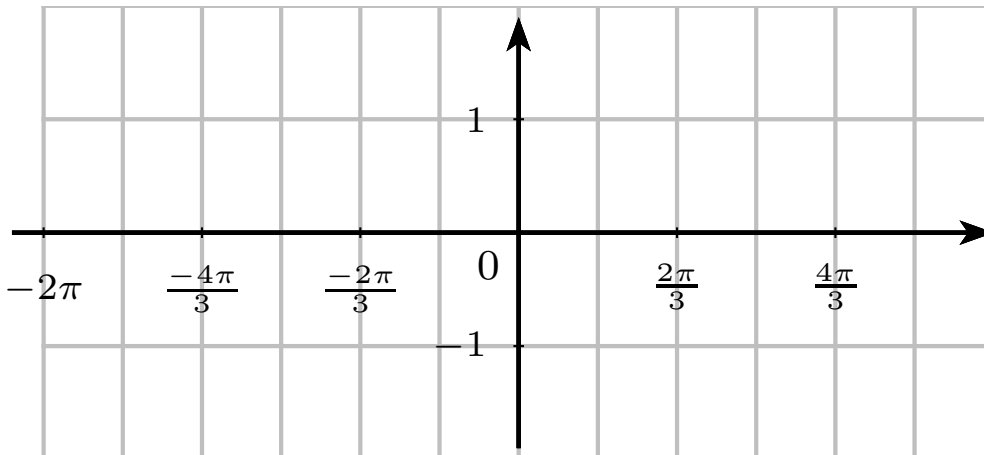
$$f'(x) = \sin x(2 \cos x - 1)$$

3. a. Déterminer le signe de $f'(x)$ sur $[0 ; \pi]$, puis dresser le tableau de variations de f sur $[0 ; \pi]$.
 b. Faire apparaître dans ce tableau la solution de l'équation $f(x) = 0$. On la notera α .
4. Représenter graphiquement f sur $[0 ; \pi]$, puis sur $[-2\pi ; 2\pi]$.

5. a. Résoudre l'équation (E) :

$$X^2 - X - 1 = 0$$

- b. Montrer que α est solution de l'équation $f(x) = 0$ si, et seulement si, $X = \cos \alpha$ est solution de (E).
 c. En déduire la valeur exacte de $\cos \alpha$, et une approximation de α .



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

