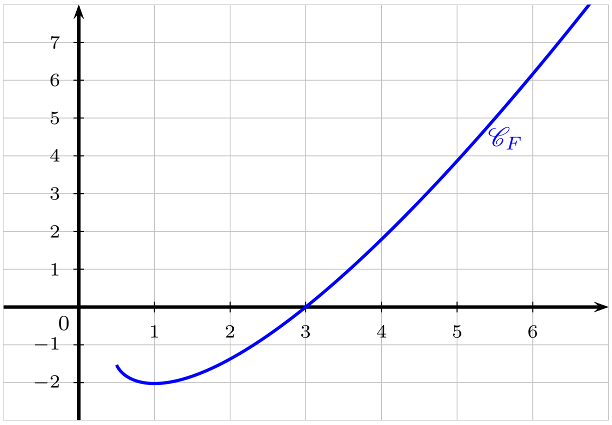
Lycée Louise Michel (Gisors)
Terminale S

MATHEMATIQUES
Intégration : entraînement 1

Exercice 1



La courbe $\mathscr{C}_F$ ci-contre représente une fonction F définie et derivable sur l'intervalle $\mathrm{J} = [0,5\,;\,+\infty[$.
On sait que $\mathscr{C}_F$ coupe l'axe des abscisses au point $(3\,;\,0)$ et a une tangente horizontale au point $(1\,;\,-2)$.
On note f la fonction dérivée de F.

1. À l'aide du graphique, donner les variations de F et en déduire le signe de f.

2. Donner $f(1)$, $F(1)$ et $F(3)$. Préciser le signe de $f(3)$.

3. Calculer $\displaystyle\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x$.

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

Exercice 2

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples.
Pour chacune des questions posées, une seule des quatre réponses est exacte.

1. On pose $I = \displaystyle\int_0^1 3\mathrm{e}^{3x}\,\mathrm{d}x$.

On peut affirmer que :

a. $I = \mathrm{e}^3 - 1$ **b.** $I = 3\mathrm{e}^3 - 3$ **c.** $I = 19,1$ **d.** $I = 1 - \mathrm{e}^3$

2. La valeur exacte de l'intégrale $\displaystyle\int_0^1 \mathrm{e}^{2x}\,\mathrm{d}x$ est égale à :

a. $3,19$ **b.** $\mathrm{e}^2 - 1$ **c.** $\dfrac{1}{2}\mathrm{e}^2$ **d.** $\dfrac{1}{2}\left(\mathrm{e}^2 - 1\right)$

3. Soit f une fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$. Le tableau de variations de la fonction f est le suivant :

x	$-\infty$		-5		-1		7		$+\infty$
$f(x)$		$\searrow$	0	$\searrow$	-4	$\nearrow$	0	$\nearrow$	

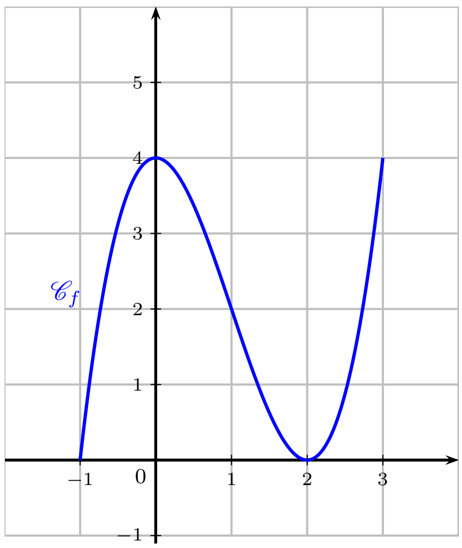
a. L'intégrale $\displaystyle\int_{-1}^{7} f(x)\,\mathrm{d}x$ est strictement positive.

b. L'intégrale $\displaystyle\int_{-1}^{7} f(x)\,\mathrm{d}x$ est strictement négative.

c. L'intégrale $\displaystyle\int_{-1}^{7} f(x)\,\mathrm{d}x$ est nulle.

d. Le tableau de variations ne permet pas de connaître le signe de l'intégrale $\displaystyle\int_{-1}^{7} f(x)\,\mathrm{d}x$.

On considère une fonction f définie sur l'intervalle $[-1\ ;\ 3]$, dont la représentation $\mathscr{C}_f$ dans un repère orthonormé est proposée ci-contre.
On désigne par f' la fonction dérivée de f et par F une primitive de f.



4. a. $\displaystyle\int_{-1}^{0} f(x)\,\mathrm{d}x < 0$

b. $3 < \displaystyle\int_{0}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x < 6$

c. $\displaystyle\int_{-1}^{0} f(x)\,\mathrm{d}x = \int_{0}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x$

d. La valeur moyenne de f sur l'intervalle $[0\,;\ 2]$ est égale à 1.

5. a. f' est croissante sur l'intervalle $]-1\ ;\ 2[$.

b. F est croissante sur l'intervalle $]-1\ ;\ 2[$.

c. f est croissante sur l'intervalle $]-1\ ;\ 2[$.

d. $F(1) > F(2)$

Exercice 3

Soit f la fonction définie sur $]0\ ;\ +\infty[$ par

$$f(x) = \frac{1}{x}$$

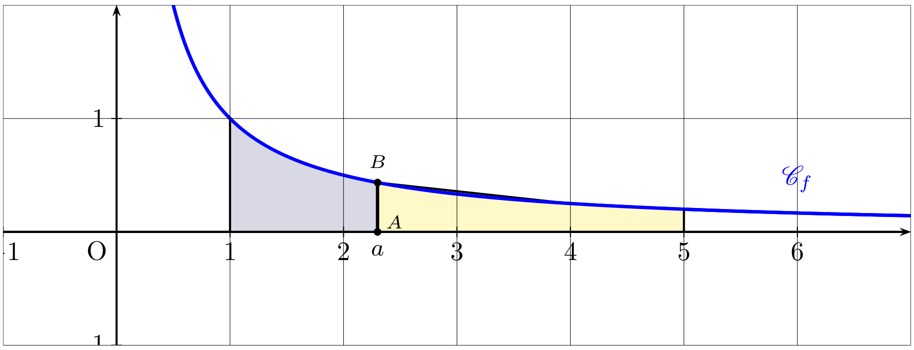
On note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentataive de f.

1. On pose :

$$\int_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x \qquad \text{et} \qquad \int_{\frac{1}{2}}^1 f(x)\,\mathrm{d}x$$

Etablir que $I = J$. Donner une interprétation de ce résultat en termes d'aires.

2. On nomme Δ la partie du plan délimitée par l'axe des abscisses, la courbe $\mathscr{C}_f$ et les droites d'équations $x = 1$ et $x = 5$.
Soit a un nombre réel compris entre 1 et 5 ; on note A le point de coordonnées $(a\ ;\ 0)$ et B le point de $\mathscr{C}_f$ de coordonnées $(a\ ;\ f(a))$.
Trouver la valeur exacte de a telle que le segment $[AB]$ partage Δ en deux parties d'aires identiques.



....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....