

---

MATHEMATIQUES  
Lois à densité : entraînement 1

---

**Exercice 1**

Déterminer la valeur de  $a$  pour  $f$  définie par  $f(x) = x + 1$  définisse une densité sur  $[-a ; a]$ .

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**Exercice 2**

On considère la fonction  $f : x \mapsto 3x^2$  définie sur l'intervalle  $[0 ; 1]$ .

1. Montrer que la fonction  $f$  ainsi définie est une fonction à densité de probabilité sur l'intervalle  $[0 ; 1]$ .
2. Soit  $X$  une variable aléatoire suivant la loi de densité de  $f$ .
  - a. Calculer  $P(X < 0,5)$  et  $P_{(X < 0,5)}(X > 0,3)$
  - b. Calculer  $E(X)$ .

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

### Exercice 3

On considère la fonction  $f : x \mapsto 3x^2$  définie sur l'intervalle  $[0 ; 1]$ .

1. Montrer que la fonction  $f$  ainsi définie est une fonction à densité de probabilité sur l'intervalle  $[0 ; 1]$ .
2. Soit  $X$  une variable aléatoire suivant la loi de densité de  $f$ .
  - a. Calculer  $P(X < 0,5)$  et  $P_{(X < 0,5)}(X > 0,3)$
  - b. Calculer  $E(X)$ .

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

### Exercice 4

1. Calculer la valeur exacte de l'intégrale  $I = \int_0^2 0,5e^{0,5x} dx$ .
2. En déduire que la fonction  $f$  définie sur  $[0; 2]$  par  $f(x) = \frac{0,5e^{0,5x}}{e - 1}$  est une fonction de densité sur  $[0; 2]$ .
3. Soit  $X$  la variable aléatoire de densité de probabilité  $f$ . La probabilité  $P(X \geq 1,2)$  est-elle supérieure à  $0,5$  ?

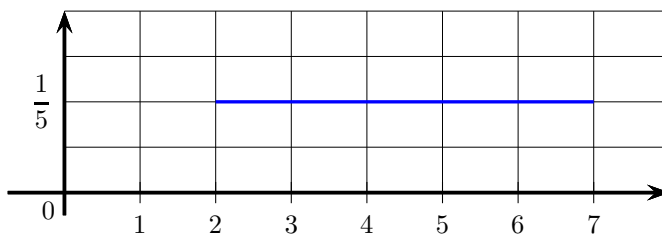
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

## Exercice 5

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples.

Pour chacune des questions posées, une seule des quatre réponses est exacte.

1. Une variable aléatoire  $X$  suit une loi uniforme sur l'intervalle  $[2 ; 7]$  dont la fonction de densité est représentée ci-dessous.



$P(A)$  désigne la probabilité d'un évènement  $A$  et  $E(X)$  l'espérance de la variable aléatoire  $X$ .

a.  $P(3 \leq X \leq 7) = \frac{1}{4}$       b.  $P(X \geq 4) = P(2 \leq X \leq 5)$       c.  $E(X) = \frac{9}{5}$

2. En suivant la loi uniforme, on choisit un nombre au hasard dans l'intervalle  $[4 ; 11]$ . La probabilité que ce nombre soit inférieur à 10 est :

a.  $\frac{6}{11}$       b.  $\frac{10}{7}$       c.  $\frac{10}{11}$       d.  $\frac{6}{7}$

3. La durée (en minutes) de la traversée entre le continent et l'île de Porquerolles est modélisée par une variable aléatoire  $D$  qui suit une loi uniforme sur l'intervalle  $[30 ; 50]$ .

La probabilité que la traversée entre le continent et l'île dure au moins 35 minutes est :

a. 0,25      b. 0,35      c. 0,70      d. 0,75

.....

.....

.....

.....

.....