

**MATHEMATIQUES**  
**Lois normales et fluctuation : entraînement 2**

**Exercice 1**

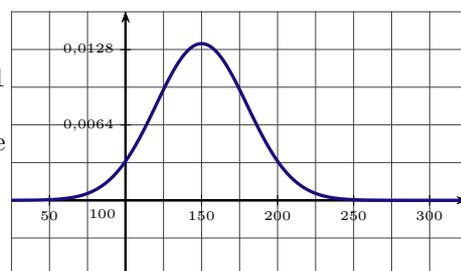
On s'intéresse à une espèce de poissons présente dans deux zones différentes (zone 1 et zone 2) de la planète.

**A. Étude de la zone 1**

On note  $X$  la variable aléatoire qui à chaque poisson observé dans la zone 1 associe sa taille en cm.

Une étude statistique sur ces poissons de la zone 1 a montré que la variable aléatoire  $X$  suit une loi normale de moyenne  $\mu$  et d'écart type  $\sigma = 30$ .

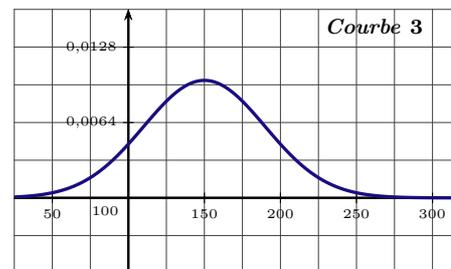
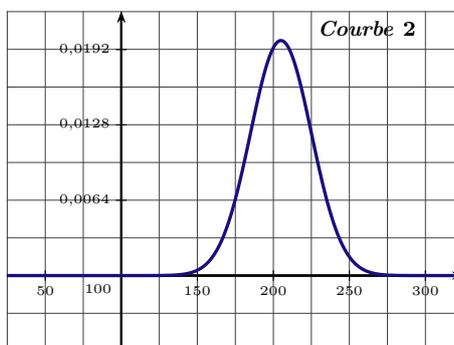
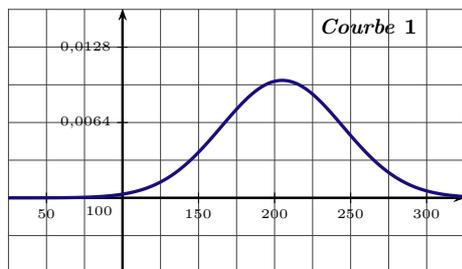
La courbe de la densité de probabilité associée à  $X$  est représentée ci-contre.



1. Par lecture graphique, donner la valeur de  $\mu$ .
2. On pêche un de ces poissons dans la zone 1. Donner la probabilité, arrondie à  $10^{-2}$ , d'avoir un poisson dont la taille est comprise entre 150 cm et 210 cm.
3. Un poisson de cette espèce de la zone 1 est considéré comme adulte quand il mesure plus de 120 cm. On pêche un poisson de l'espèce considérée dans la zone 1. Donner la probabilité, arrondie à  $10^{-2}$ , de pêcher un poisson adulte.
4. On considère un nombre  $k$  strictement plus grand que la valeur moyenne  $\mu$ . Est-il vrai que  $P(X < k) < 0,5$ ? Justifier.
5. Déterminer la taille maximale (au cm près) des 10 % des poissons les plus petits.

**B. Étude de la zone 2**

1. Certains poissons de la zone 2 sont atteints d'une maladie. On prélève de façon aléatoire un échantillon de 50 poissons de cette espèce dans la zone 2 et on constate que 15 poissons sont malades.
  - a. Calculer la fréquence  $f$  de poissons malades dans l'échantillon.
  - b. Déterminer un intervalle de confiance, au niveau de 95 %, de la proportion  $p$  de poissons malades dans toute la zone 2. On arrondira les bornes au millième.
2. Soit  $Y$  la variable aléatoire qui, à chaque poisson de l'espèce considérée de la zone 2, associe sa taille en cm. On admet que la variable aléatoire  $Y$  suit la loi normale de moyenne  $\mu' = 205$  et d'écart type  $\sigma' = 40$ . En comparant avec le graphique de la zone 1 donné à la question 1 qui représente une loi normale d'écart type  $\sigma = 30$ , dire laquelle des trois courbes ci-dessous représente la densité de probabilité de la variable aléatoire  $Y$ . Justifier la réponse.



.....  
 .....  
 .....  
 .....



### Exercice 3

Les résultats seront donnés sous forme décimale, arrondis au dix millième, ou sous forme de pourcentage arrondis à 0,01 %.

1. Le lendemain d'une épreuve de mathématiques au baccalauréat, on corrige un échantillon de 160 copies choisies au hasard parmi l'ensemble des copies et on a observé que 78 copies ont obtenu une note supérieure ou égale à 10.
  - a. Déterminer la proportion des copies de l'échantillon ayant obtenu une note supérieure ou égale à 10.
  - b. Déterminer un intervalle de confiance au niveau de confiance de 95 % de la proportion des copies qui obtiendront une note supérieure ou égale à 10 dans l'ensemble des copies.
  - c. Quelle devrait être la taille de l'échantillon pour obtenir un intervalle de confiance au niveau de confiance de 95 % d'amplitude inférieure à 0,04 ?

2. À l'issue du premier groupe d'épreuves on désigne par  $X$  la variable aléatoire qui, à un candidat choisi au hasard parmi l'ensemble des candidats, associe sa moyenne générale.

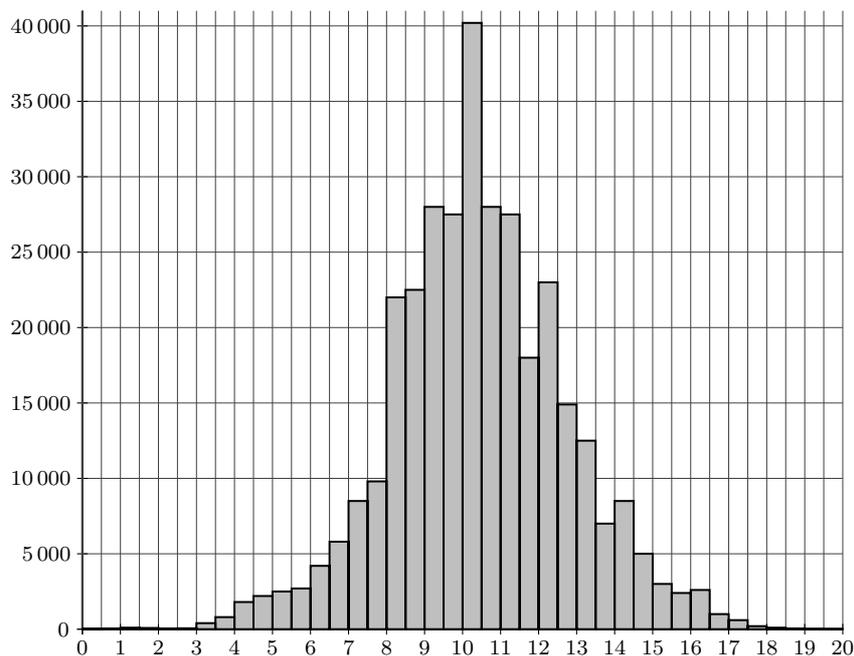
Un correcteur propose de considérer que la variable aléatoire  $X$  suit une loi normale de moyenne 10,5 et d'écart-type 2.

- a. Si ce correcteur a raison, quel intervalle centré en 10,5 devrait contenir 95 % des moyennes des candidats ?
- b. À l'aide de la calculatrice, calculer  $P(X > 12)$ .

- c. Lors des délibérations de jury à l'issue du premier groupe d'épreuves, les candidats ayant obtenu une moyenne supérieure ou égale à 10 sont déclarés admis. Il est aussi d'usage, par exemple, lorsqu'un candidat a obtenu une moyenne inférieure mais très proche de 10 et lorsque le dossier de ce candidat met en avant la qualité de son travail au cours de l'année, de le déclarer admis et de porter à 10 sa moyenne.

Le graphique ci-dessous permet de visualiser les notes moyennes d'environ 330 000 candidats à l'issue des délibérations des jurys du premier groupe d'épreuves du baccalauréat 2001.

Commenter la forme du graphique et ses éventuelles irrégularités.



(Source : Direction de la Programmation et du Développement, Ministère de la Jeunesse de l'Éducation nationale et de la Recherche, 2002)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....