
MATHEMATIQUES
Lois normales et fluctuation : entraînement 3

Exercice 1

Thomas possède un lecteur MP3 sur lequel il a stocké plusieurs milliers de morceaux musicaux. L'ensemble des morceaux musicaux qu'il possède se divise en trois genres distincts selon la répartition suivante :

30 % de musique classique, 45 % de variété, le reste étant du jazz.

Partie 1

Pendant un long trajet en train, Thomas écoute, en utilisant la fonction « lecture aléatoire » de son MP3, 60 morceaux de musique.

1. Déterminer l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil 95 % de la proportion de morceaux de musique classique dans un échantillon de taille 60.
2. Thomas a comptabilisé qu'il avait écouté 12 morceaux de musique classique pendant son voyage. Peut-on penser que la fonction « lecture aléatoire » du lecteur MP3 de Thomas est défectueuse ?

Partie 2

On considère la variable aléatoire X qui, à chaque chanson stocké sur le lecteur MP3, associe sa durée exprimée en secondes et on établit que X suit la loi normale d'espérance 200 et d'écart-type 20.

On écoute un morceau musical au hasard.

1. Donner une valeur approchée à 10^{-3} près de $P(180 \leq X \leq 220)$.
2. Donner une valeur approchée à 10^{-3} près de la probabilité que le morceau écouté dure plus de 4 minutes.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Exercice 2

Cet exercice est un QCM (questionnaire à choix multiples). Pour chacune des quatre questions posées, une seule des trois réponses proposées est exacte.

- On réalise un sondage sur un échantillon de n personnes (n , entier naturel non nul). Parmi les tailles de l'échantillon proposées ci-dessous, quelle est celle qui permet d'obtenir un intervalle de confiance au niveau de confiance 0,95 avec une amplitude de 0,02 ?
 - $n = 5\,000$
 - $n = 100$
 - $n = 10\,000$
 - $n = 1\,000$
- Un organisme de formation désire estimer la proportion de stagiaires satisfaits de la formation reçue au cours de l'année 2013. Pour cela, il interroge un échantillon représentatif de 300 stagiaires. On constate que 225 sont satisfaits. Alors, un intervalle de confiance au niveau de confiance 0,95 de la proportion de stagiaires satisfaits de la formation reçue au cours de l'année 2013 est :
 - $[0,713 ; 0,771]$
 - $[0,692 ; 0,808]$
 - $[0,754 ; 0,813]$
 - $[0,701 ; 0,799]$
- Lors d'un sondage, 53,5% des personnes interrogées ont déclaré qu'elles voteront pour le candidat A aux prochaines élections. L'intervalle de confiance au seuil de 95% donné par l'institut de sondage est $[51\% ; 56\%]$. Le nombre de personnes qui ont été interrogées est alors :
 - 40
 - 400
 - 1 600
 - 6 400
- Un industriel veut lancer sur le marché une gamme de produits spécialement conçus pour les gauchers. Auparavant il cherche à estimer la proportion de gauchers dans la population française. Une première étude portant sur un échantillon de 4 000 Français révèle que l'on dénombre de 484 gauchers. Un intervalle de confiance au niveau de confiance de 0,95 permettant de connaître la proportion de gauchers dans la population française est (les bornes ont été arrondies à 10^{-3}) :
 - $[0,120 ; 0,122]$
 - $[0,863 ; 0,895]$
 - $[0,105 ; 0,137]$
 - $[0,090 ; 0,152]$La taille n de l'échantillon que l'on doit choisir afin d'obtenir un intervalle de confiance au niveau de confiance 0,95 ayant une amplitude de 0,01 est :
 - $n = 15$
 - $n = 200$
 - $n = 10\,000$
 - $n = 40\,000$