

---

## MATHÉMATIQUES

### AP : Approfondissements (1)

---

### Exercice 1

Pour chaque question, il est demandé d'indiquer la lettre correspondant à l'unique réponse exacte.

1. Soient  $x$  et  $y$  deux réels non nuls. Quelle expression est égale à  $\frac{x+y}{y}$  ?  
a.  $\frac{x}{y} + y$       b.  $\frac{x}{y} + 1$       c.  $\frac{y}{x} + 1$       d.  $xy + 1$       e.  $x + 1$
2. Soient  $a$  et  $b$  deux réels non nuls. Quelle est l'expression égale à  $\frac{-5a^2b^2}{15b^3a^2}$  ?  
a.  $\frac{1}{3b}$       b.  $\frac{a}{3b}$       c.  $-\frac{b}{3}$       d.  $-\frac{1}{3b}$       e.  $-\frac{3}{b}$
3. Soient  $a, b, x$  et  $y$  quatre réels strictement positifs. Quel est le quotient égal à la somme de  $\frac{a}{b}$  et  $\frac{x}{y}$  ?  
a.  $\frac{ax}{by}$       b.  $\frac{a+x}{b+y}$       c.  $\frac{ay+bx}{by}$       d.  $\frac{a+y}{b+x}$       e.  $\frac{by}{ay+bx}$
4. Soit  $x$  un réel. Quelle est la moyenne arithmétique des nombres  $(2x-3)$  et  $(4x+7)$  ?  
a.  $6x+4$       b.  $3x+2$       c.  $x+5$       d.  $3x+5$       e.  $2x+10$
5. Soient  $a$  et  $b$  deux réels non nuls. Quelle est la moitié de  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$  ?  
a.  $\frac{a+b}{2}$       b.  $\frac{1}{a+b}$       c.  $\frac{2}{a+b}$       d.  $\frac{a+b}{2ab}$       e.  $\frac{2(a+b)}{ab}$
6. Soit  $a$  un réel non nul. Quelle est l'expression égale à  $\frac{1}{a + \frac{1}{a}}$  ?  
a.  $\frac{a}{a^2+1}$       b.  $\frac{a}{a+1}$       c.  $\frac{1}{a^2+1}$       d.  $\frac{1}{a+1}$       e.  $1$
7. Soient  $a, b$  et  $c$  trois réels non nuls. Quelle est l'expression égale à  $a - \frac{b-c}{b}$  ?  
a.  $\frac{ab-b-c}{b}$       b.  $a+c$       c.  $a + \frac{c}{b}$       d.  $ab-b-c$       e.  $a-1 + \frac{c}{b}$
8. Soient  $a$  et  $b$  deux réels. Quelle est l'expression égale à la différence  $(a+b)^2 - (a-b)^2$  ?  
a.  $2a^2 + 2b^2$       b.  $4ab$       c.  $2ab$       d.  $0$       e.  $a^2 + b^2$

### Exercice 2

Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse et justifier la réponse.

1.  $t + u = 5$  si, et seulement si,  $t = 2$  et  $u = 3$ .
2. L'égalité  $(a+b)^2 = a^2 + b^2$  est toujours vraie.
3. Il existe des réels  $a$  et  $b$  tels que  $(a+b)^2 = a^2 + b^2$ .
4.  $\frac{2}{3}$  est l'unique solution de  $\frac{1}{3x-5} + \frac{x}{2} = 0$ .
5. L'équation  $x^2 = -4$  n'admet pas de solution.
6.  $y^2 = 2y$  si, et seulement si,  $y = 2$ .
7.  $z^2 = 16$  si, et seulement si,  $z = 4$ .
8. Les fractions  $\frac{73}{85}$  et  $\frac{81}{93}$  sont égales.
9. Pour tout réel  $b$ , je peux calculer  $\frac{b^2+1}{b-4}$ .
10. Il existe un réel dont l'inverse est égal à l'opposé.

### Exercice 3

Répondre, sans utiliser de calculatrice, à chacune des vingt questions figurant dans le tableau ci-dessous.

1.	Quels sont les réels solutions de l'équation $x^2 - 3x = 0$	
2.	Développer et réduire l'expression $(a - 1)(a + 1)(a^2 + 1)$ .	
3.	Calculer et simplifier $\frac{2}{3} \times \frac{5}{7} \times \frac{3}{5} \times \frac{7}{11}$ .	
4.	Quel est l'ensemble de définition de la fonction $f : x \mapsto \sqrt{3 - x}$ ?	
5.	De quel(s) réel(s) ne peut-on pas calculer l'image par $g : x \mapsto \frac{x^2 + 1}{2x - 3}$ ?	
6.	Ecrire sous forme canonique le polynôme $P(x) = x^2 - 4x + 7$ .	
7.	Développer et réduire $y(y - 1)^2$ .	
8.	Soit $g : x \mapsto 2x - 3$ . Que vaut $g(g(x))$ ?	
9.	Sachant que le graphe de $f : x \mapsto x^2 + dx + 3$ passe par le point $M(1 ; 6)$ , quelle est la valeur de la constante $d$ ?	
10.	Simplifier le quotient $\frac{6x + 9}{3}$ .	
11.	Calculer et simplifier $\frac{1 - \frac{1}{3}}{2 + \frac{1}{4}}$ .	
12.	Simplifier $c - (c - (c - (c - d)))$ .	
13.	Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation d'inconnue $x$ suivante : $3(x + 1) = x - 3$ .	
14.	Calculer et simplifier $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5}$ .	
15.	Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation d'inconnue $x$ suivante : $\frac{1}{3} = \frac{6}{x^2 + 2}$ .	
16.	Soit $h$ la fonction définie par $h(x) = x^2$ . Que vaut $h(2x) + h(x + 1)$ ?	
17.	$y$ désignant un réel différent de 2, simplifier le quotient $\frac{y^2 - 4}{y - 2}$ .	
18.	Calculer et simplifier $\frac{4}{3} + \frac{5}{3} \times \frac{1}{2}$ .	
19.	Si $u$ est un réel appartenant à $[-2 ; 3]$ , à quel intervalle $u^2$ appartient-il ?	
20.	Calculer et simplifier $\sqrt{(3\sqrt{2})^2 + \sqrt{7}^2}$ .	