Lycée Louise Michel
Seconde

MATHEMATIQUES
Calculs algébriques - Equations : entraînement (2)

Exercice 1

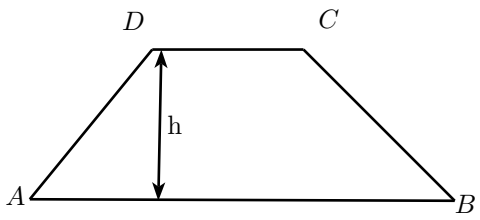
Dans cet exercice, on utilisera le résultat suivant :

L'aire d'un trapèze est donnée par :

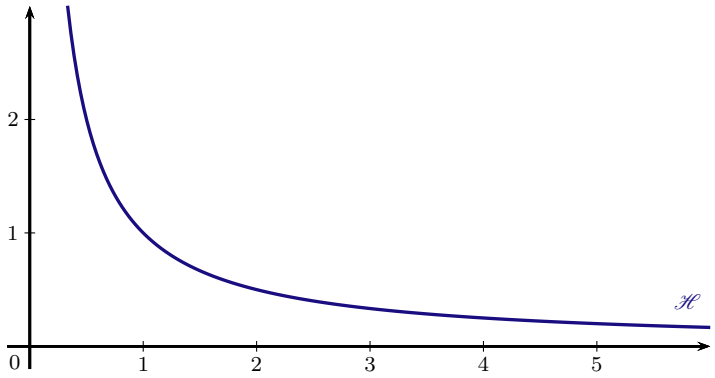
$$\frac{(\text{Petite base} + \text{Grande base}) \times \text{Hauteur}}{2}$$

Soit ici :

$$\frac{(CD + AB) \times h}{2}$$



Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on considère l'hyperbole $\mathscr{H}$ représentant la fonction inverse.
Pour tout réel $a > 1$, on note A, B et C les points de $\mathscr{H}$ d'abscisses respectives 1, a et a^2.
On note A', B' et C' leurs projetés orthogonaux sur l'axe des abscisses.



1. Dans cette question $a = 2$.

a. Construire sur la figure les trapèzes $A'B'BA$ et $B'C'CB$.

b. Montrer que les aires de ces deux trapèzes sont égales.

2. Dans cette question a est un réel quelconque strictement plus grand que 1.

a. Exprimer en fonction de a les longueurs $A'B'$, BB', CC' et $B'C'$.

b. Montrer que l'aire du trapèze $A'B'BA$ est égale à :

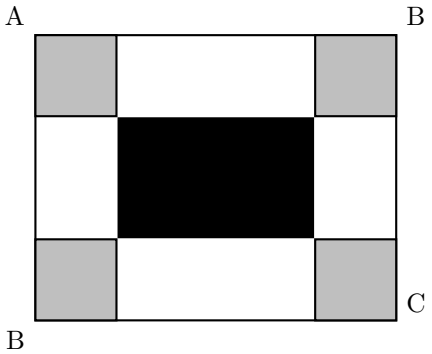
$$\frac{a^2 - 1}{2a}$$

c. Démontrer que quelque soit la valeur de $a > 1$, les deux trapèzes $A'B'BA$ et $B'C'CB$ ont les mêmes surfaces.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Exercice 2

ABCD est un rectangle tel que AB = 30 cm et BC = 24 cm.
On colorie aux quatre coins du rectangle quatre carrés identiques en gris. On délimite ainsi un rectangle central que l'on colorie en noir.



1. Dans cette question, les quatre carrés gris ont tous 7 cm de côté. Dans ce cas :

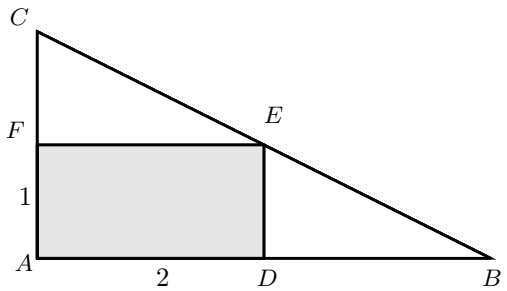
a. quel est le périmètre d'un carré gris ? .....

b. quel est le périmètre du rectangle noir ?.....

2. Dans cette question, la longueur du côté des quatre carrés gris peut varier. Par conséquent, les dimensions du rectangle noir varient aussi.
Est-il possible que le périmètre du rectangle noir soit égal à la somme des périmètres des quatre carrés gris ?

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Exercice 3



On considère un rectangle $ADEF$, de dimensions $AD = 2$ et $AF = 1$.
Le point B appartient à la demi-droite $[AD)$ et est tel que $AB > 2$.
La droite (BE) coupe la droite (AF) en C.
On note $x = AB$ et $y = AC$.

1. Montrer que, pour $x > 2$, $y = 1 + \dfrac{2}{x-2}$.

2. En déduire la position du point B sur (AD) pour que $AC = 4$.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Exercice 4

$[AB]$ est un segment de longueur 10 et M est un point de $[AB]$.
Du même côté du segment $[AB]$, on trace le triangle équilatéral MBH et le rectangle $AMFD$ de telle façon que $AD = 2 \times AM$.
On pose $AM = x$.

1. Dans cette question $x = 2$.

a. Réaliser une figure.

b. Déterminer le périmètre du triangle AME et le périmètre du carré $MBCD$.

2. Déterminer la valeur exacte de x pour que le périmètre du triangle MBH soit égal à celui du rectangle $AMFD$.

Exercice 5

Dans cet exercice, toutes les mesures sont exprimées en centimètres. On considère un rectangle de largeur x. On suppose que sa longueur mesure 6 cm de plus que sa largeur. On note $A(x)$ l'aire du rectangle en fonction de x.

1. Quelle est l'aire du rectangle lorsque $x = 10$ cm ?

2. Exprimer $A(x)$ en fonction de x.

3. Montrer que $A(x) = (x + 3)^2 - 9$.

4. Montrer que l'équation $A(x) = 27$ peut s'écrire $(x - 3)(x + 9) = 0$.

5. Existe-t-il une valeur de x pour laquelle l'aire du rectangle est 27 cm^2 ? Si oui la donner en justifiant.