# MATHEMATIQUES
## Intervalles et inégalités : entraînement 2 (corrigé)

## Exercice 1

**1.** On résout l'inéquation :

$$\begin{aligned} 5x - 10 &> 0 \\ 5x &> 0 + 10 \\ 5x &> 10 \\ x &> \frac{10}{5} \\ x &> 2 \end{aligned}$$

**Réponse :** ☒ Tous les nombres strictement supérieurs à 2.

**2.** • Si $a < b$, alors $\frac{a}{2} < \frac{b}{2}$ (on divise par 2). La réponse **a.** est fausse.
• Si $a < b$, $5a < 5b$ (en multipliant par 5) et donc $5a - 1 < 5b - 1$ (en retranchant 1). La réponse **b.** est correcte.

• Si $a < b$, alors $-2a > -2b$ (en multipliant par $(-2)$) et donc $-2a + 3 > -2b + 3$ (en ajoutant 3). La réponse **c.** est correcte.

**N'oubliez pas !**
On ne le répétera jamais assez : quand on multiplie par un nombre négatif, on CHANGE le sens de l'inégalité.

**Réponses :** ☒ $5a - 1 < 5b - 1$ et ☒ $-2a + 3 > -2b + 3$.

**3.** • Si $-4a \geqslant -4b$, alors $a \leqslant b$ (on divise par $(-4) < 0$). La réponse **a.** est fausse.
• Si $-4a \geqslant -4b$, alors $-a \geqslant -b$ (on divise par $4 > 0$). La réponse **b.** est correcte.
• Si $-4a \geqslant -4b$, alors $-2a \geqslant -2b$ (on divise par $2 > 0$). La réponse **c.** est correcte.

**Réponses :** ☒ $-a \geqslant -b$ et ☒ $-2a \geqslant -2b$.

**4.** L'inéquation $2x > 0$, peut s'écrire :
• $x > 0$ en divisant les deux membres par 2.
• $-2x < 0$ d'où $-2x + 1 > 1$ en multipliant les deux membres par $(-2)$ puis en ajoutant 1.
• $4x > 0$ en multipliant les deux membres par 2.

**Réponse :** ☒ $x > 0$ ☒ $-2x + 1 > 1$ ☒ $4x > 0$

**5.** En retranchant 1, on obtient : $-1 < 2x < 0$
Puis en divisant par 2, on obtient : $-\frac{1}{2} < x < 0$.

**Réponses :** ☒ $-\frac{1}{2} < x < 0$

## Exercice 2

**1.** • $x = 5$.
• Le double de 5 est 10. En retranchant 4, on obtient : $10 - 4 = 6$.
• $-2 \times 6 = -12$.
On obtient $-12$ qui est inférieur à 5.

**2.** • Le nombre choisi est $x$.
• Le double de $x$ est $2x$. En retranchant 4, on obtient : $2x - 4$.
• En multipliant le résultat par $-2$, on obtient : $-2(2x - 4)$.

**Méthode**
Seul le calcul littéral permet de répondre à cette question. Pour cela, on choisit comme nombre de départ $x$ et on écrit le résultat en fonction de $x$.

On souhaite déterminer les valeurs de $x$ pour que l'inégalité $-2(2x-4) > x$ soit vérifiée.

$$\begin{aligned}
-2(2x-4) &> x \\
-4x+8 &> x \\
-4x-x &> -8 \\
-5x &> -8 \\
x &< \frac{-8}{-5} \\
x &< \frac{8}{5}
\end{aligned}$$

Pour obtenir un nombre supérieur au nombre de départ, il faut choisir un nombre inférieur à $\frac{8}{5}$.

**On vérifie**

5 n'est pas solution de l'inéquation : cela permet de confirmer la réponse à la question 1.

## Exercice 3

On sait que $\frac{5}{57} < \frac{25}{23}$.

**Méthode**

$\frac{5}{57}$ est un nombre plus petit que 1 (le numérateur est plus petit que le dénominateur) et $\frac{25}{23}$ est plus grand que 1 (le numérateur est plus grand que le dénominateur).

Par conséquent, en multipliant par $-4$, on obtient :
$-4 \times \frac{5}{57} > -4 \times \frac{25}{23}$, puis en ajoutant $\frac{35}{3}$, on a $-4 \times \frac{5}{57} + \frac{35}{3} > -4 \times \frac{25}{23} + \frac{35}{3}$

## Exercice 4

On note $x$ le montant de la remise en euros sur un litre de fioul.

**Méthode**

Choix de l'inconnue. On cherche un nombre positif dont on connaît un ordre de grandeur... On pouvait résoudre ce problème avec un autre choix d'inconnue : par exemple le montant d'un litre de fioul remisé.

- 1 litre de fioul avec remise coûte $(0,75-x)$ €. Le transport est facturé 100 € pour 3000 litres, la facture de cette commande est donc de : $100+3000(0,75-x)$.
- Ce montant doit être inférieur à 2170 € (budget maximum de Nabolos).
- On obtient donc :
$100+3000(0,75-x) \leqslant 2170$.

**Méthode**

La mise en inéquation du problème se fait pas à pas. Chaque terme de la phrase est traduit en langage mathématique. Le mot « maximum »dans l'énoncé donne le sens de l'inégalité.

$$\begin{array}{rcl}
100+3000(0,75-x) & \leqslant & 2170 \\
100+3000 \times 0,75-3000x & \leqslant & 2170 \\
100+2250-3000x & \leqslant & 2170 \\
-3000x & \leqslant & 2170-2350 \\
x & \geqslant & \frac{-180}{3000} \\
x & \geqslant & 0,06
\end{array}$$

**Méthode**

On résout l'inéquation. On utilise les règles de résolution relatives aux inéquation.

Pour rentrer dans son budget, Nabolos doit négocier une remise d'au moins 0,06 € (soit 6 centimes d'euro) par litre de fioul.

**Méthode**

On écrit une phrase de conclusion qui permet de répondre clairement au problème posé. On fait attention à la cohérence du résultat.

## Exercice 5

On appelle $p$ le prix d'un pull.
La personne B a acheté le pull en trois exemplaires. Elle a donc payé $3p$ €.
La personne A a acheté un pull et un pantalon de jogging. Elle a donc payé $p + 54$ €.

La personne B a dépensé plus d'argent que la personne A.
Cela se traduit par : $3p > p + 54$.

$$\begin{array}{rcl} 3p & > & p + 54 \\ 3p - p & > & 54 \\ 2p & > & 54 \\ p & > & \dfrac{54}{2} \\ p & > & 27 \end{array}$$

Un pull coûte donc au moins 27 €. La personne a tort.

**Par l'absurde**

On suppose que le prix du pull est 25€. Dans ce cas, la personne A a dépensé $54 + 25 = 79$ €et la personne B a dépensé $3 \times 25 = 75$ € donc moins que la personne A ce qui est contredit par l'énoncé. Donc le pull ne peut pas coûter 25 €.

## Exercice 6

**Question 1 :**

**a.** Un nombre compris entre $-1$ et 2 est forcément compris entre $-2$ et 3, non ?

On a $-1 \leqslant x < 2$ et donc $-2 < -1 \leqslant x < 2 < 3$, donc $x \in [-2\ ;\ 3]$.

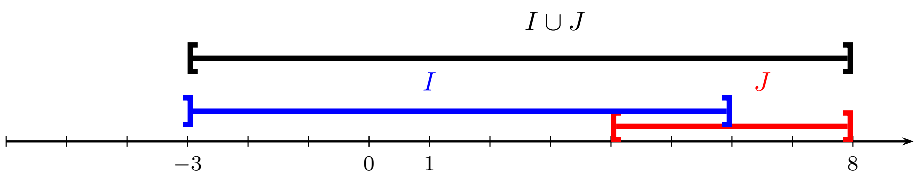
**b.** Non ! Un nombre compris entre $-4$ et 5 n'est pas forcément compris entre $-3$ et 3. La preuve : $4,5 \in [-4\ ;\ 5]$ mais $4,5 \notin [-3\ ;\ 3]$.

**Le fameux contre-exemple**

On cherche un nombre qui vérifie l'hypothèse (appartient à $[-4\ ;\ 5]$) mais qui ne vérifie pas la conclusion (appartient à $[-3\ ;\ 3]$).

**c.** Oui ! Si $x \in A \cap B$, alors $x \in A$ puisque $x$ est à la fois dans $A$ et dans $B$ (puisqu'il est dans l'intersection).

**d.** Oui ! On fait un dessin ?




$I \cup J = [-3\ ;\ 8]$.

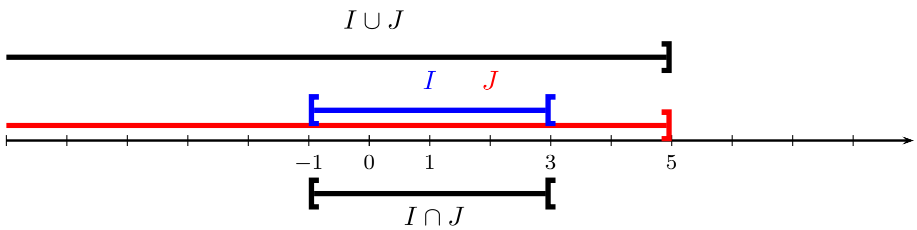
| a | b | c | d |
|---|---|---|---|
| V | F | V | V |

**Question 2 :**

**a.** Evident, non ?

**b.** Encore évident, non ?

**c.** On fait encore un dessin pour voir :




Donc $I \cap J = [-1\ ;\ 3[ = I$ et aussi $I \cup J = ]-\infty\ ;\ 5] = J$

**d.** Oui (voir au-dessus)