

---

## MATHEMATIQUES

### Nombres et calculs numériques : entraînement 1 (corrigé)

---

### Exercice 1

1. L'écriture décimale du nombre  $5,3 \times 10^5$  est : 530 000.

2.  $\frac{12}{\frac{3}{4}} = 12 \times \frac{4}{3} = 16.$

On peut remplir 16 bouteilles de  $\frac{3}{4}$  de litre.

3. Calcul de  $\frac{\frac{2}{3} + \frac{5}{6}}{7}.$

$$\begin{aligned} \frac{\frac{2}{3} + \frac{5}{6}}{7} &= \frac{\frac{12}{18} + \frac{15}{18}}{7} \\ &= \frac{\frac{27}{18}}{7} \\ &= \frac{27}{18} \times \frac{1}{7} \\ &= \frac{27}{126} \end{aligned}$$

4. On exprime  $b$  en fonction de  $a$  :

$$\begin{aligned} b &= 2 \times 3^5 \times 7^2 \\ &= 2 \times 3 \times \underbrace{3^4 \times 7 \times 7}_{=a} \\ &= 2 \times 3 \times 7 \times a \\ &= 42a \end{aligned}$$

#### Multiple

Un multiple de  $a$  est le produit de  $a$  par un nombre entier. Autrement dit, un multiple de  $a$  est un nombre qui, divisé par  $a$ , donne un résultat entier.

Ainsi,  $b$  est un multiple de  $a$  si et seulement si il existe un entier  $k$  tel que  $b = a \times k$ .

$b$  est bien un multiple de  $a$ .

5. 700 Mo = 0,7 Go.

$$32 \div 0,7 \simeq 45,7.$$

Il faudra 46 CD de 700 Mo pour stocker autant de données qu'une clé de 32 Go.

#### Mo et Go

$$1 \text{ Go} = 1\,000 \text{ Mo}$$

#### Vrai/Faux : comment procéder ?

Si l'on veut prouver qu'une propriété est vraie, il faut la démontrer dans le cas général à l'aide d'un calcul littéral, d'un théorème, d'une définition, d'une règle, ...

6. En revanche, pour prouver qu'elle est fautive, il suffit de trouver un contre-exemple. Il s'agit en fait d'exhiber un cas (un seul suffit !) pour lequel elle n'est pas vraie. Un tel cas particulier est appelé **contre-exemple**. Le contre-exemple doit vérifier l'hypothèse (ou les hypothèses) mais ne doit pas vérifier la conclusion.

a. Affirmation 1 : FAUX

Le nombre  $11 \times 13 = 143$  est un multiple à la fois de 11 et de 13.

143 est bien un multiple de 11 car il existe un entier  $a$  (en fait, c'est 13) tel que  $143 = 11 \times a$  et

143 est bien un multiple de 13 car il existe un entier  $b$  (en fait, c'est 11) tel que  $143 = 13 \times b$ .

#### Confusion

Ne confondez pas diviseurs et multiples !

**Affirmation 2 : FAUX**

7 est un multiple de 7 et 14 est aussi un multiple de 7.  
14 + 7 = 21 et 21 n'est pas un multiple de 49.

**Contre-exemple**

Le couple (7 ; 14) est un contre-exemple car 7 et 14 sont bien des multiples de 7 (ils vérifient l'hypothèse : "deux multiples de 7", mais la conclusion n'est pas vérifiée puisque leur somme n'est pas un multiple de 49.

**b. Affirmation 3 : FAUX**

Le tiers de  $\frac{2}{15}$  se calcule par :  $\frac{1}{3} \times \frac{2}{15} = \frac{2}{45} \neq \frac{6}{15}$ .

**Attention**

Le tiers de  $\frac{6}{15}$  est  $\frac{2}{15}$ .

**c. Affirmation 4 : FAUX**

$$\begin{aligned} 15 - 5 \times 7 + 3 &= 15 - 35 + 3 \\ &= -20 + 3 \\ &= -17 \end{aligned}$$

**Priorité**

Vous le saviez mais je le rappelle quand même :-)  
La multiplication est prioritaire sur l'addition.

**d. Affirmation 5 : FAUX**

$$\left. \begin{aligned} \bullet DE^2 &= (13\sqrt{7})^2 = 13^2 \times 7 = 1183 \\ \bullet CE^2 + CD^2 &= (\sqrt{175})^2 + (12\sqrt{7})^2 = 175 + 12^2 \times 7 = 1183 \end{aligned} \right\} \text{ Donc : } DE^2 = CD^2 + CE^2$$

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle  $CDE$  est bien rectangle en  $C$ .

## Exercice 2

Nabolos doit donner 6 crêpes à chacun de ses cousins. En effet,  $31 = 5 \times 6 + 1$  et du coup, il lui reste une crêpe. En revanche, s'il partage les crêpes en 8 (en comptant les trois cousins supplémentaires), il lui reste 7 crêpes. En effet,  $31 = 8 \times 3 + 7$ . Ainsi, les 8 cousins auront 3 crêpes chacun et il restera 7 crêpes.

Voilà pourquoi Nabolos est parti chercher ses trois autres cousins !

## Exercice 3

On peut décomposer 324 en produit de facteurs premiers pour aider :  $324 = 2^2 \times 3^4$ .  
Les diviseurs de 324 sont 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 9 ; 12 ; 18 ; 27 ; 36 ; 54 ; 81 ; 108 ; 162 ; 324.

Il y a donc deux possibilités : 36 et 54.

On peut faire 9 groupes de 36 ou 6 groupes de 54.

## Exercice 4

- $162 = 2 \times 81 = 2 \times 9 \times 9 = 2 \times 3^2 \times 3^2 = 2 \times 3^4$ .  
 $108 = 2 \times 54 = 2 \times 2 \times 27 = 2^2 \times 3^3$ .

2. Les diviseurs communs à 162 et 108 sont : 1 ; 2 ; 3 ; 6 ; 9 ; 18 ; 27 et 54.  
Ils ont donc trois diviseurs communs plus grands que 10 : 18 ; 27 et 54.
3. a. Le cuisiner ne peut pas réaliser 36 barquettes car 36 ne divise pas 162.  
b. Le plus grand commun diviseur à 162 et 108 est 54 ; le cuisinier peut donc préparer 54 barquettes.  
c. On a  $162 \div 54 = 3$  et  $108 \div 54 = 2$ . Par conséquent, chaque barquette contiendra alors 3 nems et 2 samoussas.

## Exercice 5

### Comment procéder ?

Pour pouvoir utiliser l'information 3 (et c'est elle qui va être décisive sur le choix), on a besoin de la distance écran-télespectateur (tout va bien, on l'a) et la longueur de la diagonale de l'écran, que l'on a pas et donc qu'il faut calculer.

De quelles informations disposent-on pour calculer la diagonale de l'écran : de la hauteur de l'écran (60 cm), de la formule pour calculer la largeur de l'écran quand on a sa hauteur (ça tombe bien, on l'a). On peut donc déjà calculer la largeur et ayant la longueur on pourra peut-être calculer sa diagonale, non ?

La hauteur de l'écran envisagé est de  $h = 60$  cm, donc sa largeur est :  $\ell = \frac{16}{9} \times 60 = \frac{16}{3} \times 20 = \frac{320}{3}$  cm.

D'après le théorème de Pythagore la diagonale  $d$  de son écran (c'est un rectangle) est telle que :

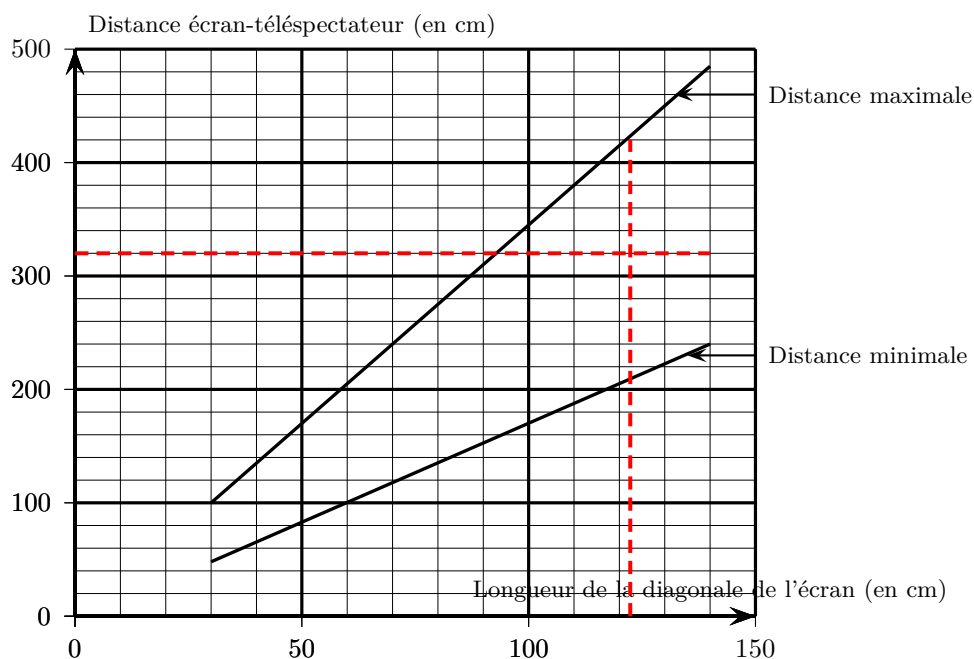
$$d^2 = h^2 + \ell^2 = 60^2 + \left(\frac{320}{3}\right)^2 = \frac{134\,800}{9}$$

Ainsi,

$$d = \sqrt{\frac{134\,800}{9}} \simeq 122,4$$

Sur le graphique ci-dessous on trace donc la droite verticale d'équation  $x = 122,4$  et horizontalement la droite d'équation  $y = 3,20$  ; ces deux droites sont sécantes en un point de coordonnées  $(122,4 ; 3,2)$  et ce point est bien dans la région conseillée une distance à l'écran entre 200 et 415 cm).

Nabolos peut acheter le téléviseur.



## Exercice 6

### 1. VRAI

$(-3)^2$  est un nombre positif, donc l'écriture  $\sqrt{(-3)^2}$  a bien un sens.

Et même

$$\sqrt{(-3)^2} = \sqrt{9} = 3.$$

### 2. VRAI

$$2 \times \sqrt{5} = \sqrt{4} \times \sqrt{5} = \sqrt{4 \times 5} = \sqrt{20}.$$

Les règles

Si  $a$  et  $b$  sont positifs :

- $a = \sqrt{a^2}$ .
- $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$ .

### 3. VRAI

5 et  $(-5)$  ont le même carré : 25.

### 4. FAUX

Seul 4 a pour racine carrée 2.

### 5. FAUX

$$\sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$$

Racine carrée de  
la somme 9 + 16

$$\sqrt{9} + \sqrt{16} = \sqrt{9} + \sqrt{16} = 3 + 4 = 7$$

Somme des ra-  
cines carrées de  
9 et 16

$5 \neq 7$ , donc la proposition est fausse.

Contre-exemple

Un contre-exemple suffit  
pour montrer qu'une pro-  
priété est fausse.

### 6. FAUX

On calcule l'aire d'un carré par le carré du côté. Si  $c$  est la longueur du côté, on a  $c^2 = 3$ , soit  $c = \sqrt{3} \neq 1, 5$ .

### 7. FAUX

Le carré de  $\sqrt{2}$  s'écrit  $(\sqrt{2})^2$  et est égal à 2.

## Exercice 7

### 1. Justification de l'égalité :

$$\begin{aligned} \frac{3}{4n} + \frac{1}{3n} + \frac{5}{12n} &= \frac{3 \times 3}{4n \times 3} + \frac{1 \times 4}{3n \times 4} + \frac{5}{12n} && \text{Le dénominateur commun est } 12n \\ &= \frac{9}{12n} + \frac{4}{12n} + \frac{5}{12n} \\ &= \frac{18}{12n} \\ &= \frac{3}{2n} \end{aligned}$$

### 2. On utilise le résultat précédent avec $n = 7$ car dans ce cas, $2n = 14$ et $\frac{3}{2n} = \frac{3}{14}$ .

Comme  $\frac{3}{2n} = \frac{3}{4n} + \frac{1}{3n} + \frac{5}{12n}$ , alors :

$$\frac{3}{2 \times 7} = \frac{3}{14} = \frac{3}{4 \times 7} + \frac{1}{3 \times 7} + \frac{5}{12 \times 7} = \underbrace{\frac{3}{28} + \frac{1}{21} + \frac{5}{84}}_{\text{Somme de 3 fractions}}$$