

---

## MATHÉMATIQUES

### Nombres et calculs numériques : entraînement 2 (corrigé)

---

### Exercice 1

1. a. Il y a 5 groupes de 29 souris.  $5 \times 29 = 145$ . Il y a donc 145 souris au total.

Il y a 2 groupes de souris non vaccinées (puisque il y en a 5 au total) contenant chacun 23 souris ayant développé la maladie. Il y a donc  $2 \times 23 = 46$  souris malades.

La proportion de souris malades lors de ce test est  $\frac{46}{145}$ .

En effet, il y a 46 souris ayant développé la maladie sur 145 souris.

#### Proportion

La proportion de  $A$  dans  $E$  est donnée par le quotient :

$$\frac{\text{Effectif de } A}{\text{Effectif de } E}$$

b. Les décompositions en facteurs premiers de 46 et 145 sont :  $46 = 2 \times 23$  et  $145 = 5 \times 29$ .

Ces deux décompositions permettent de dire que le seul diviseur commun à 46 et 145 est 1, on ne peut donc pas simplifier cette fraction.

Dans un laboratoire B on informe que  $\frac{140}{870}$  des souris ont été malades.

2. a.

$$\begin{array}{r|l} 140 & 2 \\ 70 & 2 \\ 35 & 5 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

La décomposition en facteurs premiers de 140 est :  $140 = 2 \times 2 \times 5 \times 7$ .

$$\begin{array}{r|l} 870 & 2 \\ 435 & 3 \\ 145 & 5 \\ 29 & 29 \\ 1 & \end{array}$$

La décomposition en facteurs premiers de 870 est :  $870 = 2 \times 3 \times 5 \times 29$ .

b.  $\frac{140}{870} = \frac{\cancel{2} \times 2 \times \cancel{5} \times 7}{\cancel{2} \times 3 \times \cancel{5} \times 29} = \frac{14}{87}$ .

La forme irréductible de la proportion de souris malades dans le laboratoire B est  $\frac{14}{87}$ .

### Exercice 2

Si on note  $x$  le nombre entier choisi.

On obtient successivement :

- $x + 3$ .
- $7(x + 3) = 7x + 21$ .
- $7x + 21 + 3x = 10x + 21$
- $10x + 21 - 21 = 10x$ .

Le résultat final de ce programme est  $10x$ . Le résultat final est donc un multiple de 10, et par conséquent il est impossible d'obtenir 55 comme résultat.

### Exercice 3

$3 + 4 + 5 = 12$  et 12 est bien divisible par 3.  
 $7 + 8 + 9 = 24$  et 24 est bien divisible par 3.  
 $12 + 13 + 14 = 39$  et 39 est bien divisible par 3.

On conjecture que la somme de trois entiers consécutifs est divisible par 3.

#### Démonstration

Pour démontrer un résultat général, on passe par le calcul littéral.

Si on note  $n$  le plus entier, le suivant est  $n + 1$  et le suivant est  $n + 2$ .

La somme de ces trois entiers est  $n + (n + 1) + (n + 2) = 3n + 3 = 3(n + 1)$ .

Puisque la somme de trois entiers consécutifs quelconques s'écrit 3 fois un nombre entier, on en déduit que la somme de trois entiers consécutifs est divisible par 3.

### Exercice 4

1. a. L'aire d'un rectangle se calcule à l'aide de la formule :  $\boxed{\text{Longueur} \times \text{largeur}}$ .

Ici, Longueur =  $\sqrt{8} - \sqrt{2}$  et Largeur =  $\sqrt{8} + \sqrt{2}$ .

$$\begin{aligned} \text{Aire}(ABCD) &= (\sqrt{8} - \sqrt{2})(\sqrt{8} + 2\sqrt{2}) \\ &= \sqrt{8} \times \sqrt{8} + \sqrt{8} \times 2\sqrt{2} - \sqrt{2} \times \sqrt{8} \\ &= 8 + 2\sqrt{16} - 2 \times 2 = 8 + 2 \times 4 - 4 - 4 \\ &= 8 \end{aligned}$$

L'aire du rectangle  $ABCD$  est donc bien un nombre entier.

b. Le périmètre d'un rectangle est donné par la formule :  $\boxed{2 \times (\text{Longueur} + \text{Largeur})}$ .

On obtient :

$$\begin{aligned} \text{Périmètre}(ABCD) &= 2 \left[ (\sqrt{8} - \sqrt{2}) + (\sqrt{8} + 2\sqrt{2}) \right] \\ &= 2(\sqrt{8} + 2\sqrt{2} + \sqrt{8} - \sqrt{2}) \\ &= 2(2\sqrt{8} + \sqrt{2}) = 4\sqrt{8} + 2\sqrt{2} \\ &= 4\sqrt{2^2 \times 2} + 2\sqrt{2} \\ &= 8\sqrt{2} + 2\sqrt{2} \\ &= 10\sqrt{2} \end{aligned}$$

2. Dans le triangle  $BCD$  rectangle en  $C$ , d'après le théorème de Pythagore :

$$\begin{aligned} DC^2 + CB^2 &= BD^2 \\ (\sqrt{8} + 2\sqrt{2})^2 + (\sqrt{8} - \sqrt{2})^2 &= BD^2 \\ (2\sqrt{2} + 2\sqrt{2})^2 + (2\sqrt{2} - \sqrt{2})^2 &= BD^2 \\ (4\sqrt{2})^2 + (\sqrt{2})^2 &= BD^2 \\ 16 \times 2 + 2 &= BD^2 \\ BD^2 &= 34 \\ BD &= \sqrt{34} \end{aligned}$$

#### Technique

On simplifie le calcul à l'aide de :  
 $\sqrt{8} = \sqrt{2^2 \times 2} = \sqrt{2^2} \times \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$

## Exercice 5

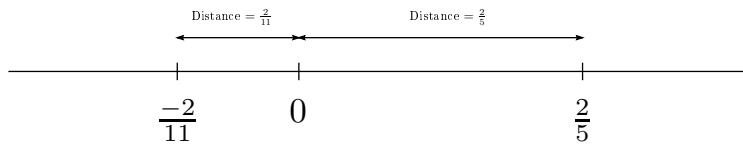
$$\begin{aligned}
 A &= 2\sqrt{756} - 3\sqrt{525} \\
 &= 2\sqrt{36 \times 21} - 3\sqrt{25 \times 21} \\
 &= 2\sqrt{6^2 \times 21} - 3\sqrt{5^2 \times 21} \\
 &= 12\sqrt{21} - 15\sqrt{21} \\
 &= -3\sqrt{21}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 B &= \frac{\sqrt{756}}{\sqrt{7}} - \sqrt{\frac{525}{7}} \\
 &= \frac{\sqrt{6^2 \times 21}}{\sqrt{7}} - \frac{\sqrt{5^2 \times 21}}{\sqrt{7}} \\
 &= \frac{6\sqrt{21} - 5\sqrt{21}}{\sqrt{7}} \\
 &= \frac{\sqrt{21}}{\sqrt{7}} \\
 &= \frac{\sqrt{3} \times \cancel{\sqrt{7}}}{\cancel{\sqrt{7}}} \\
 &= \sqrt{3}
 \end{aligned}$$

## Exercice 6

On calcule d'abord la distance qu'il y a entre les deux nombres  $\left(\frac{-2}{11} \text{ et } \frac{2}{5}\right)$ .

De  $\frac{-2}{11}$  à 0, il y a une distance de  $\frac{2}{11}$  et de 0 à  $\frac{2}{5}$  il y a une distance de  $\frac{2}{5}$ .



La distance entre les deux nombres est donc :

$$\frac{2}{11} + \frac{2}{5} = \frac{10}{55} + \frac{22}{55} = \frac{32}{55}$$

Le nombre cherché se situe aux  $\frac{2}{3}$  de la distance entre  $\frac{-2}{11}$  et  $\frac{2}{5}$  à partir de  $\frac{-2}{11}$ . Pour déterminer le nombre cherché, on calcule  $\frac{-2}{11} + \frac{2}{3} \times \frac{32}{55}$ .

$$\frac{-2}{11} + \frac{2}{3} \times \frac{32}{55} = \frac{-2}{11} + \frac{64}{165} = \frac{-2 \times 15}{11 \times 15} + \frac{64}{165} = \frac{34}{165}$$

Le nombre qui se cache sous le point d'interrogation est  $\frac{34}{165}$ .

### Distance

La distance entre deux nombres est la différence entre le plus grand et le plus petit. Ici :  $\frac{2}{5} - \frac{-2}{11} = \frac{2}{5} + \frac{2}{11}$ .

### Pour comprendre

Pour comprendre le problème, on peut dans un premier temps, remplacer les nombres  $\frac{-2}{11}$  et  $\frac{2}{5}$  par  $-4$  et  $5$  par exemple. Placez-les sur une droite et écrivez le nombre solution. Comment l'obtient-on ?