MATHEMATIQUES
Probabilités : sujet d'entraînement 1 (corrigé)

Exercice 1

1. Tableau complété.

Etape 1

	T	$\overline{T}$	Total
C			12
$\overline{C}$		18	
Total	10		35

Explications
On complète le tableau avec les données de l'énoncé.
Identifiez bien chaque "case" du tableau : par exemple à l'intersection de $\overline{T}$ et $\overline{C}$, on indique le nombre d'élèves qui ne participent à aucune des activités.

Etape 2

	T	$\overline{T}$	Total
C	5	7	12
$\overline{C}$	5	18	23
Total	10	25	35

Explications
Par addition et soustraction, on complète le tableau.

2. a. L'élève est choisi au hasard. On est donc dans une situation d'équiprobabilité.
La probabilité que cet élève appartienne aux deux club est donnée par le quotient :

$$\frac{\text{Nombre d'élèves appartenant aux deux clubs}}{\text{Nombre total d'élèves}} = \frac{5}{35} = \frac{1}{7}$$

Explication
D'après le tableau il y a 5 élèves qui appartiennent aux deux clubs.
L'événement $C \cap T$ contient cinq issues.

b. On compte le nombre d'issues favorables à l'événement »l'élève participe a au moins une des deux activités ».

7 élèves font de la chorale mais pas de théâtre, 5 élèves font du théâtre mais pas de la chorale et 5 élèves font du théâtre et de la chorale.

Ainsi il y a 17 élèves qui participent a au moins une des deux activités.

Au moins une
"Au moins une" signifie soit juste théâtre, soit juste chorale, soit les deux. On compte chacun de ces effectifs et on en fait la somme.

La probabilité que cet élève participe a au moins une des deux activités est donnée par le quotient :

$$\frac{\text{Nombre d'élèves participant a au moins une des deux activités}}{\text{Nombre total d'élèves}} = \frac{17}{35}$$

Autre méthode
Cette question demande le calcul de la probabilité de l'événement $C \cup T$.
$P(C \cup T) = P(C) + p(T) - P(C \cap T)$.
5 élèves participent aux deux activités.
Ainsi, $P(C \cup T) = \frac{12}{35} + \frac{10}{35} - \frac{5}{35} = \frac{17}{35}$.

c. On sait que l'élève participe au club théâtre. L'univers n'est plus composé de 35 issues mais seulement de 10 issues (les élèves qui font partie du club théâtre).
La probabilité que cet élève participe club chorale est donnée par le quotient :

$$\frac{\text{Nombre d'élèves participant au club chorale parmi ceux participant au club théâtre}}{\text{Nombre total d'élèves du club théâtre}} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

Attention

L'univers n'est plus l'ensemble des 35 élèves mais il est constitué des élèves qui participent au club théâtre. Donc pour trouver le nombre d'issues favorable à l'événement, on détermine **parmi ceux participant au club théâtre**, le nombre d'élèves participant au club chorale

Exercice 2

1. L'univers est composé des 100 vis. Les issues sont équiprobables car le tirage se fait au hasard (et on suppose que les vis sont indiscernables au toucher).
La probabilité que la vis soit à bout rond est donnée par le quotient :

$$\frac{\text{Nombre de vis à bout rond (dans la première boîte)}}{\text{Nombre total de vis (dans la première boîte)}} = \frac{40}{100}\frac{2}{5} = 0,4$$

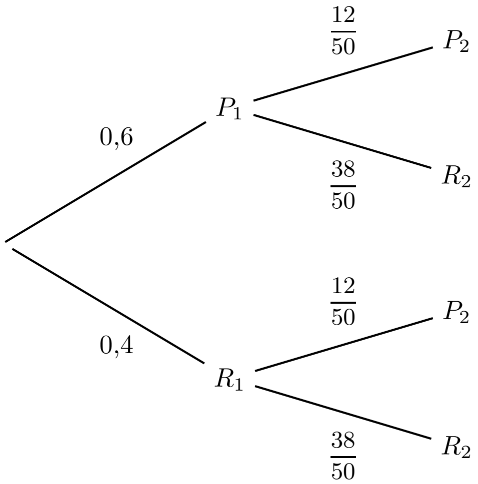
La probabilité est égale à $\dfrac{40}{40+60} = \dfrac{40}{100} = 0,4 = 40\,\%$.

Vocabulaire

L'électricien a 40 % de chances (ou deux chances sur cinq) de choisir une vis à bout rond.

2. a. Il peut tirer : deux vis à bout rond ou deux à bout plat ou une vis de chaque sorte.

b. En notant P_1 pour le choix d'une vis à bout plat dans la première boîte, P_2 pour une vis à bout plat dans la deuxième boîte, R_1 pour le choix d'une vis à bout rond dans la première boîte et R_2 pour une vis à bout rond dans la deuxième boîte, on peut faire un arbre pondéré pour représenter la situation :



La probabilité de tirer une vis à bout rond puis une vis à bout plat est égale à :

$$\frac{40}{100} \times \frac{12}{50} = 0,4 \times 0,24 = 0,096$$

La probabilité de tirer une vis à bout plat puis une vis à bout rond est égale à :

$$\frac{60}{100} \times \frac{38}{50} = 0,6 \times 0,76 = 0,456$$

La probabilité de tirer deux vis différentes est donc égale à $0,096 + 0,456 = 0,552 > 0,5$, soit effectivement plus d'une chance sur deux. Nabolos a raison !

Explications

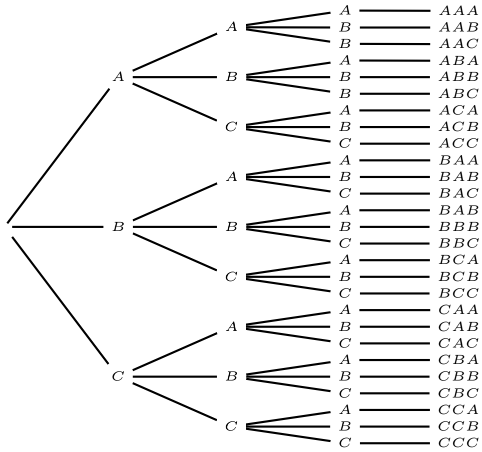
Dans un arbre pondéré, la probabilité d'un chemin est donnée par le produit des probabilités inscrites sur chacune des branches.

Exercice 3

1. Comme les lettres peuvent être répétées, on a trois choix pour la première lettre, trois choix pour la deuxième et trois choix pour la troisième.

$$3 \times 3 \times 3 = 27$$

Il y a 27 codes possibles.
Même si ce n'était pas recommandé pour cet exercice, on peut schématiser la situation avec un arbre :



2. **a.** Il y a 9 codes qui commencent par la lettre A :

$$\underbrace{1}_{\substack{\text{1ère lettre :}\\ \text{une}\\ \text{possibilité}\\ \text{(A)}}} \times \underbrace{3}_{\substack{\text{2ème lettre :}\\ \text{trois}\\ \text{possibilités}}} \times \underbrace{3}_{\substack{\text{3ème lettre :}\\ \text{trois}\\ \text{possibilités}}} = 9$$

Autrement

On peut aussi compter les issues qui réalisent E directement à l'aide de l'arbre.

Les 27 issues sont équiprobables. La loi de probabilité sur Ω est équirépartie, ainsi,

$$P(E) = \frac{\text{nombre d'issues réalisant E}}{\text{nombre d'issues de }\Omega} = \frac{9}{27} = \frac{1}{3}$$

b. • On dénombre le nombre de codes avec trois lettres distinctes :

$$\underbrace{3}_{\substack{\text{1ère lettre :}\\ \text{trois}\\ \text{possibilités}\\ \text{(A, B ou C)}}} \times \underbrace{2}_{\substack{\text{2ème lettre :}\\ \text{deux}\\ \text{possibilités}}} \times \underbrace{1}_{\substack{\text{3ème lettre :}\\ \text{une}\\ \text{possibilité}}} = 6$$

Explications

Une fois que la première lettre est fixée (A, B ou C), il ne reste plus que deux choix pour la deuxième, puis un seul pour la troisième. Les six codes sont ABC, ACB, BAC, BCA, CAB, CBA.

Ainsi, $P(T) = \dfrac{6}{27} = \dfrac{2}{9}$.

• On dénombre le nombre de codes composés d'une seule lettre :

$$\underbrace{3}_{\substack{\text{1ère lettre :}\\ \text{trois}\\ \text{possibilités}\\ \text{(A, B ou C)}}} \times \underbrace{1}_{\substack{\text{2ème lettre :}\\ \text{une}\\ \text{possibilité}}} \times \underbrace{1}_{\substack{\text{3ème lettre :}\\ \text{une}\\ \text{possibilité}}} = 3$$

Explications

Une fois que la première lettre est fixée (A, B ou C), il ne reste plus qu'un seul choix pour les autres lettres.
Si c'est le A en premier, il faut alors A puis A, si c'est le B, il faut alors B puis B et si c'est le C, il faut ensuite C puis C. Les trois codes sont AAA, BBB et CCC.

Ainsi, $P(U) = \dfrac{3}{27} = \dfrac{1}{9}$.

c. Si on rassemble les événements T, U et D, on obtient l'univers. En effet, le code est soit composé de trois lettres distinctes, soit de deux lettres distinctes soit d'une seule lettre.

$$\underbrace{27}_{\substack{\text{nombre total}\\ \text{de codes}}} - \underbrace{6}_{\substack{\text{nombre de}\\ \text{codes avec 3}\\ \text{lettres}\\ \text{distinctes}}} - \underbrace{3}_{\substack{\text{nombre de}\\ \text{codes avec}\\ \text{une lettre}}} = 18$$

Il y a donc 18 codes avec deux lettres distinctes.

$$P(D) = \frac{18}{27} = \frac{2}{3}$$

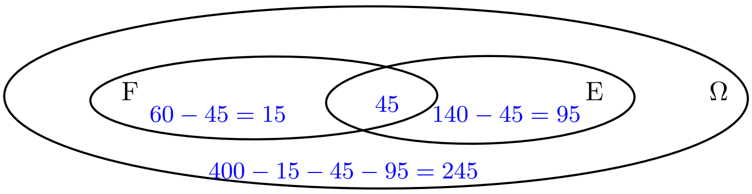
3. • $\overline{E}$ est l'événement : « Le code ne commence pas par A ».
$P(\overline{E}) = 1 - P(E) = 1 - \dfrac{1}{3} = \dfrac{2}{3}$.

• $E \cap D$ est l'événement : « Le code commence par la lettre A et est composé de deux lettres distinctes ».
Il y en a six : AAB, AAC, ABA, ABB, ACA et ACC. Ainsi, $P(E \cap D) = \dfrac{6}{27} = \dfrac{2}{9}$.

• $E \cup D$ est l'événement : « Le code commence par la lettre A ou est composé de deux lettres distinctes ».
$P(E \cup D) = P(E) + P(D) - P(E \cap D) = \dfrac{1}{3} + \dfrac{2}{3} - \dfrac{2}{9} = \dfrac{7}{9}$.

Exercice 4

1. Diagramme complété :



2. a. p_1 est la probabilité de l'événement $F \cap \overline{E}$.
45 issues réalisent cet événement. On est dans une situation d'équiprobabilité, ainsi la probabilité que le véhicule présente un défaut de freinage mais pas de défaut d'éclairage est donnée par le quotient :

$$\frac{\text{Nombre de véhicules présentant un défaut de freinage mais pas d'éclairage}}{\text{Nombre total de véhicules}} = \frac{15}{400} = 0,0375$$

b. p_2 est la probabilité de l'événement $\overline{F} \cap E$.
95 issues réalisent cet événement. La probabilité que le véhicule présente un défaut d'éclairage mais pas de défaut de freinage est donnée par le quotient :

$$\frac{\text{Nombre de véhicules présentant un défaut d'éclairage mais pas de freinage}}{\text{Nombre total de véhicules}} = \frac{95}{400} = 0,2375$$

c. p_3 est la probabilité de l'événement $F \cap E$.
45 issues réalisent cet événement. La probabilité que le véhicule présente les deux défauts est donnée par le quotient :

$$\frac{\text{Nombre de véhicules présentant les deux défauts}}{\text{Nombre total de véhicules}} = \frac{45}{400} = 0,1125$$

d. p_4 est la probabilité de l'événement $F \cup E$.

$$p_4 = P(E) + P(F) - P(E \cap F) = \frac{140}{400} + \frac{60}{400} - \frac{45}{400} = \frac{155}{400} = 0,3875$$