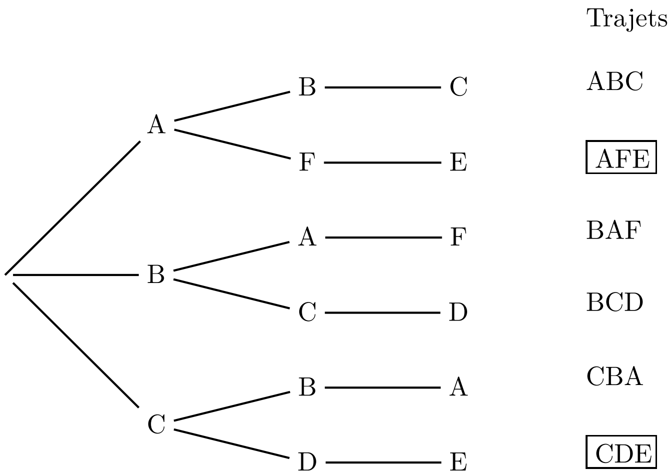
MATHEMATIQUES
Probabilités : sujet d'entraînement 2 (corrigé)

Exercice 1

1. Réalisation d'un arbre pour dénombrer les trajets possibles :



On retrouve bien les six trajets possibles pour le robot.

2. a. Les six trajets sont équiprobables. Il y a deux trajets (ils sont encadrés au-dessus) qui réalisent l'événement « la salle E est la troisième salle nettoyée par le robot », ainsi, $p_1 = \dfrac{2}{6} = \dfrac{1}{3}$.

b. Le robot sort par le sas 2 lorsqu'il termine en F, E ou D. Il y a trois trajets qui réalisent cet événement (AFE, BAF, BCD et CDE), ainsi, $p_2 = \dfrac{4}{6} = \dfrac{2}{3}$.

3. a. Tableau donnant les temps de nettoyage pour les six trajets :

Trajets	ABC	AFE	BAF	BCD	CBA	CDE
Temps de nettoyage du robot	74 min	56 min	58 min	68 min	74 min	66 min

Explications

on ajoute les temps de nettoyage pour chaque salle. Par exemple pour le trajet ABC, le temps de nettoyage est donné par $\underbrace{20}_{\text{Salle A}} + \underbrace{24}_{\text{Salle B}} + \underbrace{30}_{\text{Salle C}}$.

4. On calcule le temps de nettoyage moyen :

$$\frac{74+56+58+68+74+66}{6} = 66 \text{ min.}$$

5. Le robot effectue le nettoyage en moins de 60 minutes avec les trajets AFE et BAF.
Ainsi, $p_3 = \dfrac{2}{6} = \dfrac{1}{3}$.

Exercice 2

1. Comme la probabilité d'obtenir une face est proportionnelle à sa valeur faciale, on a $p(\{1\}) = p$, $p(\{2\}) = 2p$, $p(\{3\}) = 3p$, $p(\{4\}) = 4p$, $p(\{5\}) = p$ et $p(\{6\}) = 6p$.

La somme des probabilités des événements élémentaire vaut 1, on obtient l'égalité :
$p + 2p + 3p + 4p + 5p + 6p = 1$ soit $p = \dfrac{1}{21}$.

2. Loi de probabilité :

n_i	1	2	3	4	5	6
p_i	$\frac{1}{21}$	$\frac{2}{21}$	$\frac{3}{21}$	$\frac{4}{21}$	$\frac{5}{21}$	$\frac{6}{21}$

3. a. L'événement A est réalisé par les issues :2, 4 et 6.
Ainsi, $p(A) = \dfrac{2}{21} + \dfrac{4}{21} + \dfrac{6}{21} = \dfrac{12}{21} = \dfrac{4}{7}$.

b. L'événement B est réalisé par les issues : 3 et 6.
Ainsi, $p(B) = \dfrac{3}{21} + \dfrac{6}{21} = \dfrac{9}{21} = \dfrac{3}{7}$.

Explications

La probabilité de l'événement A est égale à la somme des probabilités des événements élémentaires qui le compose.

Exercice 3

Dans la classe il y a 18 filles et 12 garçons, soit 30 élèves en tout.
La loi est équirépartie puisque le choix de la fiche se fait au hasard.

1. a. La probabilité que la fiche soit celle d'une fille qui porte des lunettes est donnée par le quotient :

$$\frac{\text{Nombre de filles qui portent des lunettes}}{\text{Nombre total d'élèves}} = \frac{3}{30} = 0,1$$

b. La probabilité que la fiche soit celle d'un garçon est donnée par le quotient :

$$\frac{\text{Nombre de garçons}}{\text{Nombre total d'élèves}} = \frac{7+5}{30} = \frac{2}{5} = 0,4$$

2. Il y a 10 élèves dans la classe qui portent des lunettes.
Cela représente 12,5 % de ceux qui en portent dans tout le collège.
Si on note n_E le nombre total d'élèves qui portent des lunettes dans le collège, on a :
$0,125 = \dfrac{10}{n_E}$, soit par produit en croix, $0,125 \times n_E = 10$,
d'où, $n_E = \dfrac{10}{0,125} = 80$.

Il y a 80 élèves qui portent des lunettes dans le collège.

Proportions

La proportion de A dans E est donnée par le quotient $\dfrac{\text{Effectif de A}}{\text{Effectif de E}}$, soit

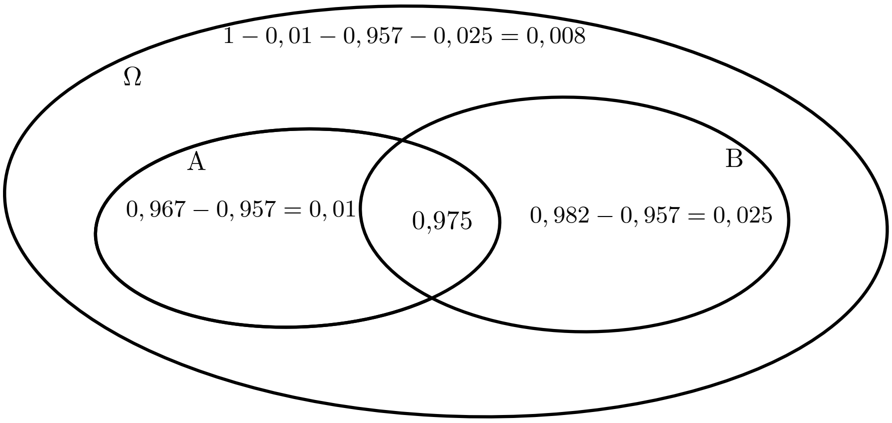
$$p = \frac{n_A}{n_E}$$

Exercice 4

1. La probabilité de l'événement « les deux machines fonctionnent à un même moment » est la probabilité de l'événement $A \cap B$. Ainsi, $P(A \cap B) = 0,957$.

> **A savoir**
> $A \cap B$, c'est A **et** B.

2. Un petit schéma pour représenter la situation :



a. $P(A) = 0,967$, $P(B) = 0,982$ et $P(\overline{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,982 = 0,018$.

b. • $A \cup B$ est l'événement « La machine M_1 fonctionne ou la machine M_2 fonctionne ».
$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,967 + 0,982 - 0,957 = 0,992$.

> **On peut dire aussi**
> $A \cup B$ est l'événement « au moins une des deux machines fonctionnent ».

• $\overline{A \cup B}$ est l'événement contraire de l'événement $A \cup B$ soit : « Aucune des deux machines fonctionnent ».
$P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0,992 = 0,008$.

• $\overline{A} \cap \overline{B}$ est l'événement « La machine M_1 ne fonctionne pas et la machine M_2 ne fonctionne pas », ce qui est exactement l'événement précédent.

Ainsi, $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 0,008$.

• $\overline{A} \cup \overline{B}$ est l'événement « La machine M_1 ne fonctionne pas ou la machine M_2 ne fonctionne pas ».
$P(\overline{A} \cup \overline{B}) = P(\overline{A}) + P(\overline{B}) - P(\overline{A} \cap \overline{B}) = (1 - 0,967) + (1 - 0,982) - 0,008 = 0,043$.