MATHEMATIQUES
Probabilités : entraînement savoir-faire 1 (corrigé)

Exercice 1

1. Il y a 25 issues dans cette expérience aléatoire.
$\Omega = \{1, 2, 3, ..., 25\}$.

2. a. L'événement A est constitué de 8 issues. $A = \{18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25\}$.

b. Les multiples de 5 sont 5, 10, 15, 20 et 25.

Ainsi $B = \{5, 10, 15, 20, 25\}$.

c. Les diviseurs de 25 sont 1, 5 et 25. .

Ainsi $C = \{5, 10, 15, 20, 25\}$.

Multiple

a est un multiple de b lorsqu'il existe un entier q tel que $a = b \times q$.

Diviseur

d est un diviseur de b lorsqu'il existe un entier a tel que $b = a \times d$.

Exercice 2

Tableau complété :

	Abonnement à Netflix	Pas d'abonnement à Netflix	Total
Abonnement à Spotify	60	80	140
Pas d'abonnement à Spotify	140	220	360
Total	200	300	500

Explications

On place 500 dans le total.
On calcule 40 % de 500 : $0,4 \times 500 = 200$.
200 élèves ont un abonnement à Netflix ;

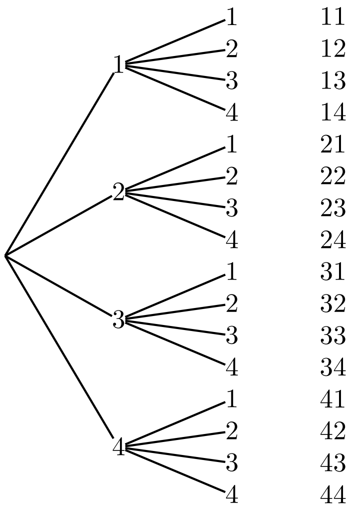
On calcule 28 % de 500 : $0,28 \times 500 = 140$.
140 élèves ont un abonnement à Spotify.

On calcule 30 % de 200 : $0,3 \times 200 = 60$.
60 élèves ont les deux abonnements.

Puis on complète sans difficulté.

Exercice 3

1. Représentation par un arbre.



L'univers est composé de 16 issues.

2.a. L'événement A est composé de 6 issues car il y a 6 nombres supérieurs ou égaux à 33 : 33, 34, 41, 42, 43, 44.

b. L'événement A est composé de 4 issues car il y a 4 nombres dont le chiffre des unités est 2 : 12, 22, 32, 42.

Exercice 4

La roue est composée de 11 secteurs identiques.
On a donc l'équiprobabilité des 11 secteurs.

Les issues de cette expérience aléatoire sont $\{A, B, C, I\}$.

Equiprobabilité

Attention, les issues de l'univers ne sont pas équiprobables mais on utilise l'équiporbabilité des secteurs pour calculer les probabilités.

1. Loi de probabilité :

Issue	A	B	C	I
Probabilité	$\frac{3}{11}$	$\frac{2}{11}$	$\frac{4}{11}$	$\frac{2}{11}$

A vérifier

La somme des probabilités doit faire 1. Sinon, il y a une erreur !

- Pour l'issue A :

$$P = \frac{\text{Nombre de secteurs portant la lettre A}}{\text{Nombre total de secteurs}} = \frac{3}{11}.$$

- Pour l'issue B :

$$P = \frac{\text{Nombre de secteurs portant la lettre B}}{\text{Nombre total de secteurs}} = \frac{2}{11}.$$

- Pour l'issue C :

$$P = \frac{\text{Nombre de secteurs portant la lettre C}}{\text{Nombre total de secteurs}} = \frac{4}{11}.$$

- Pour l'issue I :

$$P = \frac{\text{Nombre de secteurs portant la lettre I}}{\text{Nombre total de secteurs}} = \frac{2}{11}.$$

2. Il y a deux voyelles inscrites sur la roues : A et I et donc deux issues qui réalisent l'événement V.
$P(V) = P(A) + P(I) = \frac{3}{11} + \frac{2}{11} = \frac{5}{11}$.

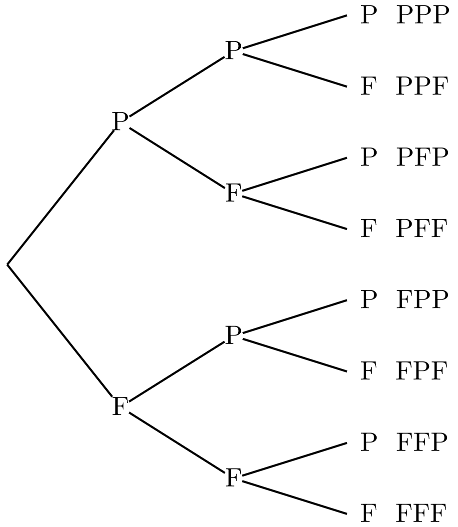
Explication

La probabilité d'un événement est la somme des probabilités des issues qui le compose. A savoir !

L'événement S est réalisé par les issues C et I.
$P(S) = P(C) + P(I) = \frac{4}{11} + \frac{2}{11} = \frac{6}{11}$.

Exercice 5

1. a. On représente la situation à l'aide d'un arbre.



Pensez-y !

Pour dénombrer (compter des nombres d'issues) on pense aux arbres (ou aux tableaux).

$\boldsymbol{\Omega = \{PPP \ ; \ PPF \ ; \ PFP \ ; \ PFF \ ; \ FPP \ ; \ FPF \ ; \ FFP \ ; \ FFF\}}$

b. Si A est l'événement "le tirage contient une seule fois pile".
On a : A $\boldsymbol{= \{FFP \ ; \ FPF \ ; \ PFF\}}$

3 lancers, 3 possibilités

Eh oui, il y a 3 lancers. Le "Pile" peut être obtenu en premier, deuxième ou troisième, donc 3 issues.

c. Il y a équiprobabilité sur $\boldsymbol{\Omega}$ donc $\boldsymbol{p(A) = \frac{3}{8}}$.

d. Il n'y a qu'une seule issue qui ne comporte que des piles, donc $p = \frac{1}{8}$.

2. Si on procède comme pour l'expérience précédente, il y 6 issues qui comportent une seule fois pile. En effet, "Pile" peut être obtenu en premier, deuxième, ..., ou sixième.
De plus, le nombre total d'issues est 2^6.
En effet à chaque lancer, on multiplie par 2 le nombre d'issues.

Raisonner

Regardez comment se fabrique l'arbre. A chaque niveau (noeud), on ajoute deux branches, ce qui a pour effet de multiplier par 2 le nombre d'issues. Vous n'êtes pas convaincu, faites-le .... ou du moins commencez-le !

On en déduit que la probabilité d'obtenir une seule fois "pile" au cours des six lancers est :

$$p = \frac{6}{2^6} = \frac{3}{32}$$

Exercice 6

1. On sait que la somme des probabilités des événements élémentaire vaut 1.

Ainsi, $6a + 4a + 2a + 2a + a = 1$, soit $a = \frac{1}{15}$.

2. L'entreprise est en rupture de stock si la demande est plus forte que 3000 unités de produits.
Donc cette probabilité est donnée par :

$$P(4) + P(5) = \frac{2}{15} + \frac{1}{15} = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$$

Explication

Pour qu'il y ait rupture de stock, il faut que la demande soit supérieure à l'offre.

Exercice 7

On est dans une situation d'équiprobabilité. Toutes les cartes ont la même chance d'être choisies. L'univers est composé de 52 issues équiprobables.

Vocabulaire

Dans ce cas, on dit que la loi est équirépartie.

Pour le calcul des probabilités, on utilise la formule :

$$P(A) = \frac{\text{Nombre d'issues qui réalisent l'événement A}}{\text{Nombre total d'issues}}$$

1. Soit A l'événement « La carte tirée est un trèfle. »

$$P(A) = \frac{\text{Nombre de trèfles}}{\text{Nombre total de cartes}} = \frac{13}{52} = \frac{1}{4}.$$

2. Soit B l'événement « La carte tirée est noire. »

$$P(B) = \frac{\text{Nombre de cartes noires}}{\text{Nombre total de cartes}} = \frac{13+13}{52} = \frac{1}{2}.$$

3. Soit C l'événement « La carte tirée n'est pas un carreau. »

$$P(B) = \frac{\text{Nombre de cartes qui ne sont pas des carreaux}}{\text{Nombre total de cartes}} = \frac{39}{52} = \frac{3}{4}.$$

Autrement

L'événement C est l'événement contraire de l'événement « La carte tirée est un carreau » dont la probabilité est $\frac{1}{4}$ (comme celle d'obtenir un trèfle.

Ainsi, $P(C) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.

4. Soit D l'événement « La carte tirée est une figure. »

$$P(D) = \frac{\text{Nombre de figures}}{\text{Nombre total de cartes}} = \frac{12}{52} = \frac{3}{13}.$$

5. Soit E l'événement « La carte tirée est un as. »

$$P(E) = \frac{\text{Nombre d'as}}{\text{Nombre total de cartes}} = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}.$$

6. Soit E l'événement « La carte tirée n'est pas un valet noire. »
Il y a deux valets noirs (pique et trèfle). Ainsi il reste 50 cartes qui ne sont pas des valets noirs.

$$P(F) = \frac{\text{Nombre de cartes qui ne sont pas des valets noirs}}{\text{Nombre total de cartes}} = \frac{50}{52} = \frac{25}{26}.$$