MATHEMATIQUES
Variations et extremums (entraînement 2)

Exercice 1

On considère le tableau de variation suivant :

x	-5	-4	-3	-2		0		1	3	4	5
$f(x)$	2	1	0	-4		1		-2	0	1	3

1. Donner le nombre de solutions dans l'intervalle $[-5\ ;\ 5]$ de l'équation : $f(x) = 2{,}5$.

2. On considère l'équation $f(x) = 0$.

a. Donner le nombre de solutions de cette équation sur l'intervalle $[-5\ ;\ 5]$.

b. Pour chacune de ces solutions, donner la valeur exacte lorsque cela est possible ou encadrer ces solutions le cas échéant. On notera ces solutions x_1, x_2, x_3, ...

3. Résoudre l'inéquation $f(x) > 1$ sur l'intervalle $[-5\ ;\ 5]$. On notera $\mathscr{S}$ l'ensemble des solutions.

4. Déterminer les extrema de la fonction f sur l'intervalle $[-5\ ;\ 5]$ et préciser en quelles valeurs ils sont atteints.

5. **a.** Comparer en justifiant $f(0,5)$ et $f(0,6)$.

b. Comparer en justifiant $f(-0,8)$ et $f(-0,9)$.

c. Comparer en justifiant $f(-4,5)$ et $f(2)$.

6. Compléter le plus précisément possible les inégalités suivantes :

a. Si $-2 \leqslant x \leqslant 0$, alors $\cdots \leqslant f(x) \leqslant \ldots.$

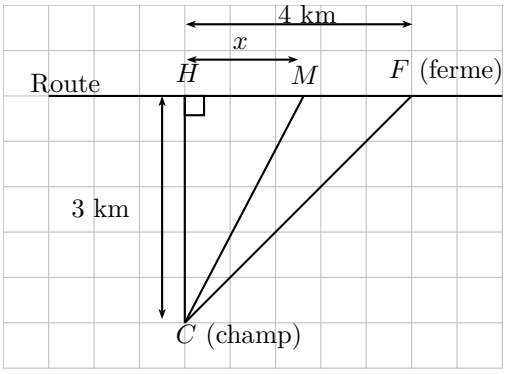
b. Si $-5 \leqslant x \leqslant 0$, alors $\cdots \leqslant f(x) \leqslant \ldots.$

7. Jérémyos affirme que le point $A(2\ ;\ -5)$ est sur la courbe représentative de la fonction f. A -t-il raison ? Justifier.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Exercice 2

Nabolos dois me rendre de mon champ C à ma ferme F. Avec son tracteur, il fait une partie du trajet à travers champ jusqu'au point M et ensuite il rejoint la route. Il a représenté la situation sur la figure.
Il a noté x la distance HM en km.
La consommation de son tracteur est de 1 litre par km sur route et de 1,5 litre par km dans le champ.
Il cherche à quel endroit il doit rejoindre la route entre H et F pour que sa consommation soit minimale. Nabolos est un agriculteur qui aime faire des mathématiques et il a acheté une calculatrice graphique dernier cri qui pourra l'aider à résoudre ce problème.



Exercice 3

On donne $a = 6 + 2\sqrt{3}$ et $b = 3\sqrt{2} + 2\sqrt{6}$.

1. Ecrire a^2 puis b^2 sous la forme $m + n\sqrt{3}$, avec m et n entiers, puis comparer ces deux nombres.

2. Prouver, sans utiliser la calculatrice, que $a > b$.

3. Des deux réels $\dfrac{1}{a}$ et $\dfrac{1}{b}$, lequel est le plus grand ?

Exercice 4

La fréquence f du son émis par la corde d'une guitare, en hertz (Hz), est donnée en fonction de la tension t de la corde, en newton, par la formule $f(t) = 10\sqrt{t}$. On donne le tableau de variations de la fonction f.

t	0	$+\infty$
$f(t)$	0	$\nearrow$

1. **a.** Calculer la fréquence pour $t = 100$, puis pour $t = 400$.

b. Y a-t-il proportionnalité entre la tension et la fréquence ? Justifier en utilisant les calculs précédents.

2. Peut-on dire que plus la tension augmente, plus la fréquence augmente ? Justifier.

3. Déterminer la tension qui permet d'obtenir la note La_2, de fréquence 220 Hz.

4. Déterminer avec quelles tensions on obtient un son dont la fréquence est comprise entre celle du La_2 et celle du Sol_2, qui est de 198 Hz.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....