MATHEMATIQUES
Les vecteurs (sujet savoir-faire (corrigé))

Exercice 1

1. En utilisant les points de la figure, indiquer :

a. Un vecteur égal à $\overrightarrow{DE}$: $\overrightarrow{BF}$.

b. Un vecteur opposé à $\overrightarrow{AF}$: $\overrightarrow{EC}$

c. Un vecteur égal à $\overrightarrow{FE}$ d'origine A : $\overrightarrow{AC}$

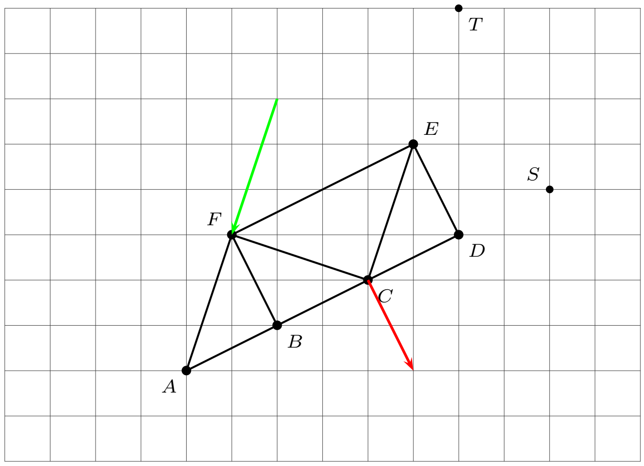
d. Deux vecteurs de même norme (longueur) mais de directions différentes : $\overrightarrow{AF}$ et $\overrightarrow{FC}$.

2. Tracer (en rouge) le représentant du vecteur $\overrightarrow{FB}$ d'origine le point C.

3. Tracer (en vert) le représentant du vecteur $\overrightarrow{EC}$ d'extrémité le point F.

4. Placer le point S tel que $\overrightarrow{FC} = \overrightarrow{ES}$.

5. Placer le point T tel que $\overrightarrow{FA} = \overrightarrow{TE}$.

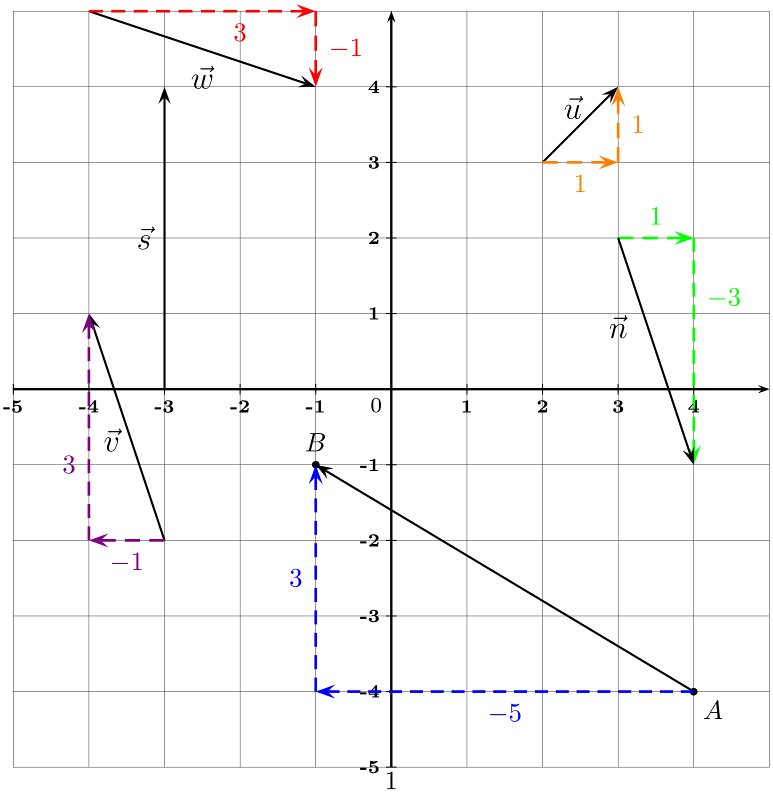


Exercice 2

En utilisant la figure ci-dessous :

1. Lire les coordonnées des vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$, $\vec{w}$ et $\overrightarrow{AB}$.

2. Tracer un représentant du vecteur $\vec{n}\begin{pmatrix}1\\-3\end{pmatrix}$ et un représentant du vecteur $\vec{s}\begin{pmatrix}0\\4\end{pmatrix}$.



Exercice 3

Le vecteur $\overrightarrow{LK}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix} x_K - x_L \\ y_K - y_L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5-3 \\ 3-(-9) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 \\ 6 \end{pmatrix}$

Exercice 4

1. On calcule les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{GH}$:

- Le vecteur $\overrightarrow{EF}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix} x_F - x_E \\ y_F - y_E \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3-(-2) \\ 4-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$.
- Le vecteur $\overrightarrow{GH}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix} x_H - x_G \\ y_H - y_G \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2-3 \\ 2-(-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$.

Règle d'or

$ABCD$ est un parallélogramme si et seulement si $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$.

Les vecteurs $\boldsymbol{\overrightarrow{EF}}$ et $\boldsymbol{\overrightarrow{GH}}$ ont les mêmes coordonnées donc $\boldsymbol{\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{GH}}$.
On conclut que le quadrilatère $EFHG$ est un parallélogramme.

2. $CBEG$ est un parallélogramme si et seulement si $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{GE}$.

Conseil

Faites un petit dessin à main levée pour repérer la position des points.

En notant $(x\ ;\ y)$ les coordonnées du point G :

- Le vecteur $\overrightarrow{CB}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix} x_B - x_C \\ y_B - y_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5-2 \\ 4-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}$.
- Le vecteur $\overrightarrow{GE}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix} x_E - x \\ y_E - y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6-x \\ 2-y \end{pmatrix}$.

L'égalité $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{GE}$ se traduit par : $\begin{cases} 6-x=3 \\ 2-y=3 \end{cases}$ soit $\begin{cases} -x=-3 \\ -y=1 \end{cases}$
soit $\begin{cases} x=3 \\ y=-1 \end{cases}$.

Rappel

Deux vecteurs sont égaux si et seulement si ils ont les mêmes coordonnées.

Les coordonnées du point G sont $(3\ ;\ -1)$.

3. En notant $(x\ ;\ y)$ les coordonnées du vecteur $\vec{u}$:

Le vecteur $\overrightarrow{AM}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix} x_-x_A \\ y - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x-4 \\ y-(-3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x-4 \\ y+3 \end{pmatrix}$.

L'égalité $\overrightarrow{AM} = \vec{u}$ se traduit par : $\begin{cases} x-4=-1 \\ y+3=-3 \end{cases}$

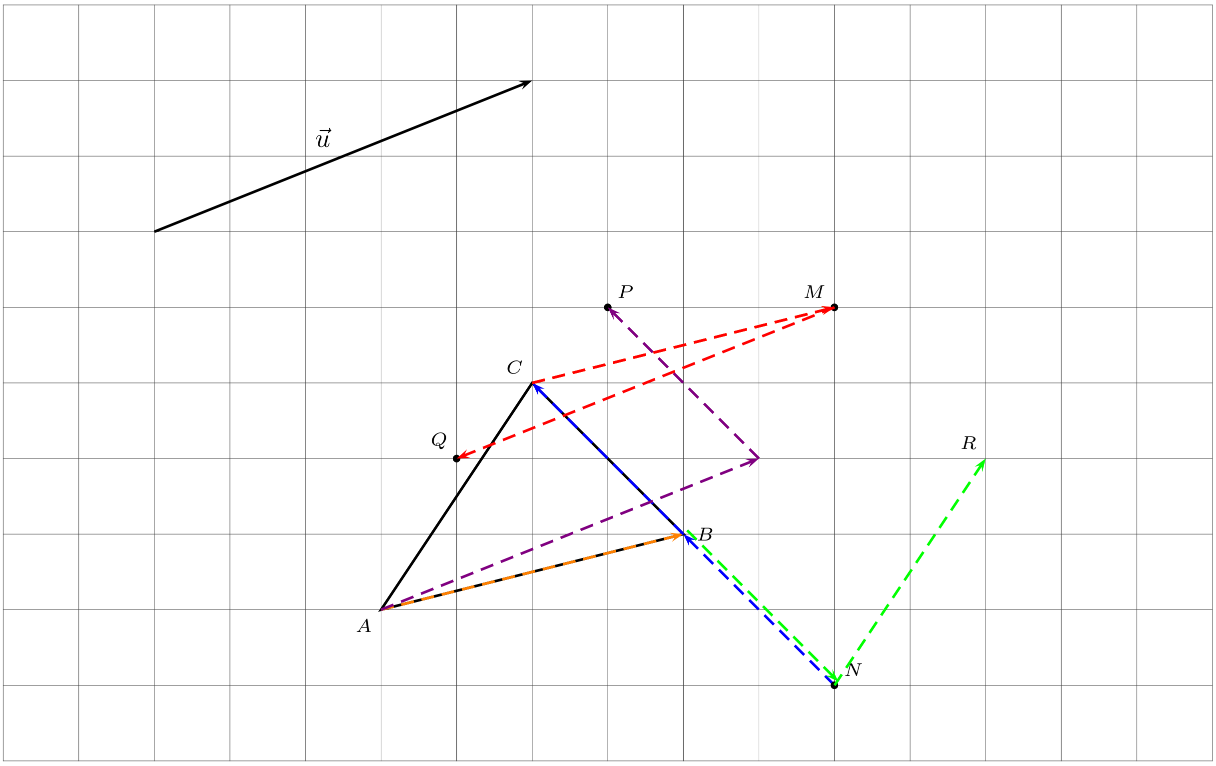
soit $\begin{cases} x=3 \\ y=-6 \end{cases}$.

Conseil

Vous pouvez faire un petit graphique pour vérifier votre résultat.

Les coordonnées du point M sont $(3\ ;\ -6)$.

Exercice 5



Exercice 6